MATEMATİK

TÜREV

ÇÖZÜMLÜ KİTAPÇIK

MKA

OCAK 2011

10. Cadde No:39 Ümitköy/ANKARA
Tel: 0 312 236 24 28 - 236 24 29
Fax: 0 312 236 38 15

TEST 1 — FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x) = 3 . x^{5/3} + 6x^{-4/3} - x^{-3} + x^{-1/2}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

2. $f : R \to R$, $f(x) = ax^4 - 3x^2 + x - 2$ ve $f'(1) = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{9}{4}$ B) 2 C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{4}$

3. $f: R^- \to R$ ve $m, n \in R$

$f(x) = 5x^3 - 2x^2 + mx + n$

$f'(-1) = 2$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) -19 B) -17 C) -16 D) -15 E) -14

4. $x \in R^-$, $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ ve $f'(x) - 12 = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) -16 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

5. $f(x) = x^{55} + x^{54} + x^{53} + ... + 1$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

6. $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

7. $f(x) = \frac{ax+1}{2x-3}$ fonksiyonu veriliyor.

$f'(2) = -8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = (x + 1)^2 . (x - 4)^3$ fonksiyonu veriliyor. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1, 4\}$ B) $\{-1, 0\}$ C) $\{-1, 1, 4\}$ D) $\{4, 1\}$ E) $\{-1, 0, 1\}$

9. $f(x) = (x - 1)^2.(x + 3)^3$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

10. $f(x) = (2x^2 - 5x + 4)^4$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(x) in x = 1 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

11. $f(2x+5) = -2x^2 + 4x + 7$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1) + f(1)$ toplamı kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 0 D) 3 E) 6

12. $f(x) = \dfrac{3}{(2x-3)^2}$ olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) 4 B) 0 C) –4 D) –8 E) –12

13. $f(x) = \dfrac{(2x-3)^2}{3x-1}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) –15 B) –7 C) $\frac{5}{3}$ D) 6 E) 10

14. $f(x) = x^2 + 2x - 1$ olduğuna göre,

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $f(x) = x^2 - 2x + 5$ olduğuna göre,

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 2$ B) $2x - 1$ C) $2x$ D) $2x - 2$ E) $2x+3$

16. $f'(3) = 5$ olduğuna göre,

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{5h}{f(3+h) - f(3-7h)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

17. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 4x, & x < 0 \\ 2x^2 + kx, & x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonunun $\forall x \in R$ için türevinin olabilmesi için k kaç olmalıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x > 1 \\ 4, & x = 1 \\ 4x + 15, & x < 1 \end{cases}$ olduğuna göre,

f(x) in x = 1 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 8 E) Yoktur

19. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 4 \\ 16, & x = 4 \\ 3x + 4, & x > 4 \end{cases}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(4^+) = 3$ B) $f'(4^-) = 8$ C) $f'(3) = 6$ D) $f'(5) = 3$ E) $f'(4) = 8$

20. $f(x) = (3x^2 - 6x + 5)^2 + (x^3 - 2x^2)^3$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) –3 B) 0 C) 6 D) 12 E) 15

TEST 1'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 3x^{5/3} + 6x^{-4/3} - x^{-3} + x^{-1/2}$ ise,

$f'(x) = 3.\frac{5}{3}.x^{2/3} + 6.\frac{-4}{3}.x^{-7/3} - (-3).x^{-4} + \left(-\frac{1}{2}\right)x^{-3/2}$

$f'(x) = 5x^{2/3} - 8x^{-7/3} + 3x^{-4} - \frac{1}{2}x^{-3/2}$

$f'(1) = 5 - 8 + 3 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt B

2. $f(x) = ax^4 - 3x^2 + x - 2$ ise,

$f'(x) = 4ax^3 - 6x + 1$ dir.

x = 1 için, $f'(1) = 4.a - 6 + 1$

$4 = 4a - 5$

$9 = 4a$

$a = \frac{9}{4}$ bulunur.

Yanıt A

3. $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + mx + n$ ise,

$f'(x) = 15x^2 - 4x + m$

x = –1 için, $f'(-1) = 15 + 4 + m$

$2 = 19 + m$

$m = -17$ bulunur.

Yanıt B

4. $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ ise,

$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$ dır.

$f'(x) - 12 = 0$ ise,

$3x^2 - 3x - 6 - 12 = 0$

$3x^2 - 3x - 18 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

x = 3 veya x = –2 bulunur.

$x \in R^-$ olduğundan x = –2 olur.

Yanıt D

5. $f(x) = x^{55} + x^{54} + x^{53} + \ldots + x^2 + x + 1$ ise,

$f'(x) = 55x^{54} + 54x^{53} + 53x^{52} + \ldots + 2x + 1$ olur.

x = 0 için $f'(0) = 1$ bulunur.

Yanıt C

6. $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x-1}$ fonksiyonunda bölmenin türevinden,

$f'(x) = \dfrac{(x^2+1)'(x-1) - (x^2+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2x.(x-1) - (x^2+1).1}{(x-1)^2}$ elde edilir.

x = 0 için, $f'(0) = \frac{-1}{1} = -1$ bulunur.

Yanıt C

7. $f(x) = \dfrac{ax+1}{2x-3}$ fonksiyonunda bölmenin türevinden,

$f'(x) = \dfrac{(ax+1)'.(2x-3) - (ax+1).(2x-3)'}{(2x-3)^2}$

$= \dfrac{a.(2x-3) - (ax+1).2}{(2x-3)^2}$ elde edilir.

x = 2 için,

$f'(2) = \dfrac{a.(4-3) - (2a+1).2}{(4-3)^2}$

$-8 = \dfrac{a - 4a - 2}{1} \Rightarrow -8 = -3a - 2$

$\Rightarrow a = 2$ bulunur.

Yanıt E

8. $f(x) = (x+1)^2.(x-4)^3$ fonksiyonunda çarpmanın türevinden

$f'(x) = ((x+1)^2)'.(x-4)^3 + (x+1)^2((x-4)^3)'$

$0 = 2(x+1).(x-4)^3 + (x+1)^2.3(x-4)^2$ elde edilir.

İfade $(x+1).(x-4)^2$ parantezine alınırsa,

$(x+1).(x-4)^2.[2x-8+3x+3] = 0$

$(x+1).(x-4)^2.(5x-5) = 0$ bulunur.

Bu denklemin kökleri $x=-1$, $x=4$ ve $x=1$ dir.

Ç.K = $\{-1, 1, 4\}$ elde edilir. **Yanıt C**

9. $f(x) = (x-1)^2.(x+3)^3$ olduğuna göre, çarpmanın türevinden

$f'(x) = ((x-1)^2)'(x+3)^3 + (x-1)^2((x+3)^3)'$

$= 2(x-1)(x+3)^3 + (x-1)^2.3(x+3)^2$

$x=-1$ için, $f'(-1) = 2(-2)(2)^3 + 3(-2)^2.(2)^2$

$= -32 + 48 = 16$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = (2x^2-5x+4)^4$ ise,

$f'(x) = 4.(2x^2-5x+4)^3.(2x^2-5x+4)'$

$= 4.(2x^2-5x+4)^3.(4x-5)$ bulunur.

$x = 1$ için, $f'(1) = 4.(2-5+4)^3.(4-5)$

$= 4.1.(-1) = -4$ elde edilir.

Yanıt A

11. $f(2x+5) = -2x^2 + 4x + 7$ ise,

$x=-2$ için, $f(1) = -2(-2)^2 + 4(-2) + 7$

$f(1) = -8 - 8 + 7 = -9$ bulunur.

$f(2x+5) = -2x^2 + 4x + 7$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa,

$f'(2x+5).(2x+5)' = -4x + 4$

$f'(2x+5).2 = -4x + 4$

$f'(2x+5) = -2x + 2$ dir.

$x=-2$ için $f'(1) = -2.(-2) + 2 = 6$ bulunur.

O halde, $f(1) + f'(1) = -9 + 6 = -3$ elde edilir.

Yanıt B

12. $f(x) = \dfrac{3}{(2x-3)^2}$ ise,

$f(x) = 3(2x-3)^{-2}$ olarak yazılabilir. Buradan,

$f'(x) = 3.(-2)(2x-3)^{-3}.(2x-3)'$

$= -6.(2x-3)^{-3}.2$

$= -12.(2x-3)^{-3}$ elde edilir.

$x=2$ için, $f'(2) = -12.(2.2-3)^{-3} = -12$ bulunur.

Yanıt E

13. $f(x) = \dfrac{(2x-3)^2}{3x-1}$ fonksiyonunda bölmenin türevinden,

$$f'(x) = \frac{((2x-3)^2)'(3x-1) - (3x-1)'(2x-3)^2}{(3x-1)^2}$$

$$= \frac{2(2x-3).2.(3x-1) - 3.(2x-3)^2}{(3x-1)^2} \text{ bulunur.}$$

$$x=0 \text{ için, } f'(0) = \frac{2(-3).2(-1) - 3.(-3)^2}{(-1)^2} = \frac{12-27}{1} = -15$$

elde edilir.

Yanıt A

14. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ifadesi $x=1$ noktasında $f(x)$ in türevine eşittir.

$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$ O halde,

$f(x) = x^2 + 2x - 1$

$f'(x) = 2x + 2$

$x = 1$ için, $f'(1) = 2 + 2 = 4$ elde edilir.

Yanıt B

15. $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$ olduğundan,

$f(x) = x^2 - 2x + 5$ ise,

$f'(x) = 2x - 2$ bulunur.

Yanıt D

16. $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{5h}{f(3+h)-f(3-7h)} = \dfrac{0}{0}$

L hospital kuralı uygulanırsa

$\lim\limits_{h\to0} \dfrac{5}{f'(3+h)+7f'(3-7h)} = \lim\limits_{h\to0} \dfrac{5}{8f'(3)} = \dfrac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt A

17. Bir fonksiyonun herhangi bir noktada türevli olabilmesi için, fonksiyon o noktada sürekli ve o noktadaki sağdan ve soldan türevleri eşit olmalıdır. $f(x)$ in kritik noktası $x=0$ olduğundan

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to0^+} f(x) = f(0) = 0$ olup

$f(x)$, $x=0$ da süreklidir. Ayrıca

$f'(0^-) = 3x^2 + 4 = 4$ $\quad$ $f'(0^+) = 4x + k = k$

$f'(0^-) = f'(0^+)$ $\quad$ $4 = k$ bulunur.

Yanıt E

18. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x>1 \\ 4 & x=1 \\ 4x+15 & x<1 \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = f(1)$

$\lim\limits_{x\to1^-} (4x+15) = 19$

$\lim\limits_{x\to1^+} 2x^2 = 2$ dir.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ olduğundan fonksiyon

$x=1$ apsisli noktasında sürekli değildir.

O halde, $x=1$ noktasında türevi yoktur.

Yanıt E

19. $f(x)$, $x=4$ apsisli noktada süreklidir. Fonksiyonun $x=4$ apsisli noktasında türevinin olması için fonksiyonun bu noktadaki sağdan ve soldan türevleri birbirine eşit olmalıdır.

$4 < x \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow f'(4^+) = 3$

$4 > x \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(4^-) = 8$

$f'(4^+) \neq f'(4^-)$ olduğundan fonksiyonun $x=4$ apsisli noktasında türevi yoktur. E seçeneğindeki $f'(4) = 8$ ifadesi yanlıştır.

Yanıt E

20. $f(x) = (3x^2-6x+5)^2 + (x^3-2x^2)^3$ olduğuna göre,

$f'(x) = 2.(3x^2-6x+5).(3x^2-6x+5)' + 3.(x^3-2x^2)^2.(x^3-2x^2)'$

$= 2.(3x^2-6x+5).(6x-6) + 3.(x^3-2x^2)^2.(3x^2-4x)$

$= 12.(3x^2-6x+5).(x-1) + 3.(x^3-2x^2)^2.(3x^2-4x)$

O halde, $x=1$ için

$f'(1) = 12.(3-6+5).(1-1) + 3.(1-2)^2.(3-4) = -3$ bulunur.

Yanıt A

TEST 2 FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2+4}}$ olduğuna göre, f(0) + f′(0) toplamı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $f(x^3-2)=3x^3-3x^2+5$ olduğuna göre, f′(6) değeri kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

3. f fonksiyonu,

$f(x)=\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{2x^2}+x^3$ şeklinde tanımlıdır. f(x) fonksiyonunun x = 1 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

4. $y=f(x)=\sqrt{x^2+2}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ B) $\dfrac{x}{\sqrt{2x+2}}$

C) $-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ D) $\dfrac{1}{x\sqrt{x^2+2}}$

E) $-\dfrac{1}{x\sqrt{x^2+2}}$

5. $f\left(\dfrac{3}{2x+2}\right)=4x-3$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f′(1) değeri kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 0 E) 2

6. $f(x)=(x^3-1).(x+1)^3$ olduğuna göre, f′(1) değeri kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 23 E) 24

7. $f(x)=\dfrac{(x^2-1).(x+5)}{(2x+1)^3}$ olduğuna göre, f′(0) değeri kaçtır?

A) –31 B) –29 C) 31 D) 29 E) 21

8. P(x) polinom fonksiyonunun türevi P′(x) tir.

$P(x)-P'(x)=2x^2+2x-5$ olduğuna göre, P(1) değeri kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

9. $f(x)=\sqrt[3]{(x^2-3x-3)^2}$ fonksiyonu veriliyor.

f(x) fonksiyonunun x = –1 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) $-\frac{16}{3}$ B) $-\frac{10}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

10. f: R→ R, $f(x)=ax^2+bx+c$ olmak üzere; b,c ∈ R^+ ve f(0) = f′(0) olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

11. $f(x)=\sqrt{4x+\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\dfrac{8x-2}{f(x)-f\left(\frac{1}{4}\right)}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{8\sqrt{6}}{5}$ B) 5 C) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

12. f : R → R her noktada türevli bir fonksiyon ve f′(x) = 4 olduğuna göre, $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+3h)-f(1-4h)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 27 E) 28

13. $y=x^4-3x^3+5x^2-2$ olduğuna göre, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin x = 2 apsisli noktasındaki değeri kaçtır?

A) –20 B) –5 C) 7 D) 14 E) 22

14. $f(x)=x^3-5ax+4$ fonksiyonu veriliyor.

$\dfrac{f'(1)}{f''(1)}=3$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 0 D) 1 E) 2

15. f: R → R, $f(x)=ax^3+2x^2b+5x-2$,

f′(1) = 3 ve f″(–1) = 5 olduğuna göre, a kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{4}{9}$ C) $-\frac{5}{9}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{7}{9}$

16. $f(x)=\sqrt{x+1}\,.\,(3x+k)$ ve f″(0) = 2 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$ fonksiyonu için

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ B) $(2x+4).\sqrt{x^2+4x+5}$

C) $\dfrac{\sqrt{x^2+4x+5}}{2x+4}$ D) $\dfrac{\sqrt{x^2+4x+5}}{x+2}$

E) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+4x+5}$

18. $f(x)=\begin{cases} x^2+1 \ , & x<1 \\ 3 \ , & x=1 \\ 3x \ , & x>1 \end{cases}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f′(2) = 3 B) f′(0) = 0 C) f′(1) = 3

D) f′(5) = 3 E) f′(–1) = –2

19. $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3 \ , & x>2 \\ kx+t \ , & x\le 2 \end{cases}$ fonksiyonu x = 2 apsisli noktada türevli olduğuna göre, t kaçtır?

A) –11 B) –6 C) 3 D) 5 E) 7

20. $f(x)=\begin{cases} 3x^2+1 \ , & x\le 1 \\ 6x-2 \ , & x>1 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan f(x) fonksiyonu için f′(1) değeri kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 0 D) 6 E) Yoktur

TEST 2'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2+4}}=\left(\dfrac{x+1}{x^2+4}\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow f(0)=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$ dir.

$f'(x)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x+1}{x^2+4}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(\dfrac{x+1}{x^2+4}\right)'$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{x^2+4}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\dfrac{x^2+4-2x(x+1)}{(x^2+4)^2}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{x^2+4}{x+1}}\cdot\dfrac{4-2x-x^2}{(x^2+4)^2}$

$f'(0)=\dfrac{1}{2}\sqrt{4}\cdot\dfrac{4}{4^2}=\dfrac{1}{4}$ dür.

O halde, $f(0)+f'(0)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$ olur.

Yanıt B

2. $f(x^3-2)=3x^3-3x^2+5$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa,

$(x^3-2)'.f'(x^3-2)=(3x^3-3x^2+5)'$

$3x^2.f'(x^3-2)=9x^2-6x$ elde edilir.

$x=2$ için, $3.2^2.f'(2^3-2)=9.2^2-6.2$

$12.f'(6)=36-12$

$f'(6)=2$ olur.

Yanıt E

3. $f(x)=\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{2x^2}+x^3=3.x^{-1}-\dfrac{1}{2}\cdot x^{-2}+x^3$

$f'(x)=-\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{1}{2}\cdot(-2)\cdot\dfrac{1}{x^3}+3x^2$

$f'(x)=-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}+3x^2$ olduğundan,

$f'(1)=-3+1+3=1$ dir.

Yanıt E

4. $f(x)=\sqrt{x^2+2}$ olduğundan,

$f'(x)=\dfrac{1}{2}\cdot(x^2+2)'\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 2x\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$

$=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ olur.

Yanıt A

5. $f\left(\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{x+1}\right)=4x-3$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa;

$\left(\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{x+1}\right)'.f'\left(\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{x+1}\right)=4$

$-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{(x+1)^2}\cdot f'\left(\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{x+1}\right)=4$

$x=\dfrac{1}{2}$ için, $-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}\cdot f'(1)=4$ olur.

$-\dfrac{2}{3}.f'(1)=4$

$f'(1)=-6$ bulunur.

Yanıt A

6. $f(x)=(x^3-1).(x+1)^3$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa;

$f'(x)=3x^2.(x+1)^3+3.(x+1)^2.(x^3-1)$

$f'(1)=3.2^3+0$

$=24$ dür.

Yanıt E

7. $f(x)=\dfrac{(x^2-1).(x+5)}{(2x+1)^3}$ eşitliği düzenlenirse

$f(x)=\dfrac{x^3+5x^2-x-5}{(2x+1)^3}$ elde edilir.

$f'(x)=\dfrac{(3x^2+10x-1).(2x+1)^3-3.2(2x+1)^2.(x^3+5x^2-x-5}{(2x+1)^6}$

$x=0$ için,

$f'(0)=\dfrac{-1-3.2.(-5)}{1}=29$ olur.

Yanıt D

8. $P(x)-P'(x)$ farkı ikinci derece olduğundan $P(x)$ ikinci derece olmalıdır.

$P(x)=ax^2+bx+c$

$P'(x)=2ax+b$

$P(x)-P'(x)=ax^2+bx+c-(2ax+b)$

$P(x)-P'(x)=ax^2+(b-2a)x+c-b=2x^2+2x-5$

olduğuna göre,

$a=2$

$b-2a=2$

$c-b=-5$

Buna göre, $a=2$, $b=6$, $c=1$ bulunur.

O halde, $P(x)=2x^2+6x+1$ olur.

$P(1)=2.1^2+6.1+1=9$ bulunur.

Yanıt A

9. $f(x)=\sqrt[3]{(x^2-3x-3)^2}=(x^2-3x-3)^{\frac{2}{3}}$

ifadesinin türevi alınırsa

$f'(x)=\dfrac{2}{3}\cdot(2x-3).(x^2-3x-3)^{-\frac{1}{3}}$

$x=-1$ için;

$f'(-1)=\dfrac{2}{3}[2.(-1)-3].[(-1)^2-3.(-1)-3]^{-\frac{1}{3}}$ olur.

$=\dfrac{2}{3}\cdot(-5).(1+3-3)^{-\frac{1}{3}}$

$=-\dfrac{10}{3}$ tür.

Yanıt B

10. $f(x)=ax^2+bx+c$ olduğundan,

$f(0)=c$

$f'(x)=2ax+b$

$f'(0)=b$

$f'(0)=f(0)\Rightarrow c=b\Rightarrow\dfrac{b}{c}=1$ olur.

Yanıt D

11. $\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\dfrac{8x-2}{f(x)-f\left(\frac{1}{4}\right)}=\dfrac{0}{0}$

L' hospital uygulanırsa;

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\dfrac{8x-2}{f(x)-f\left(\frac{1}{4}\right)}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\dfrac{8}{f'(x)}$ bulunur.

$f(x)=\sqrt{4x+\sqrt{x}}$ olduğundan

$f'(x)=\dfrac{4+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{4x+\sqrt{x}}}$

$f'\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{5\sqrt{6}}{6}$ bulunur.

Bu durumda

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\dfrac{8}{f'(x)}=\dfrac{8}{\dfrac{5\sqrt{6}}{6}}=\dfrac{8\sqrt{6}}{5}$ bulunur.

Yanıt A

12. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+3h)-f(1-4h)}{h}=\dfrac{f(1)-f(1)}{0}=\dfrac{0}{0}$ belirsizlik.

L' hosital kuralından,

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+3h)-f(1-4h)}{h}$

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{3f'(1+3h)-(-4)f'(1-4h)}{1}$

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{3.f'(1)+4.f'(1)}{1}$

$\lim\limits_{h\to 0}7.f'(1)=7.4=28$ dir.

Yanıt E

13. $f'(x)=\dfrac{dy}{dx}=4x^3-9x^2+10x$

$f''(x)=\dfrac{d^2y}{dx^2}=12x^2-18x+10$ olup

$x=2$ için,

$f''(2)=12.2^2-18.2+10=22$ dir.

Yanıt E

14. $f(x) = x^3 - 5ax + 4$ ise,

$f'(x) = 3x^2 - 5a \Rightarrow f'(1) = 3 - 5a$

$f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$

$\dfrac{f'(1)}{f''(1)} = 3 \Rightarrow \dfrac{3-5a}{6} = 3 \Rightarrow 3 - 5a = 18$

$\Rightarrow a = -3$ olur.

Yanıt B

15. $f(x) = ax^3 + 2x^2b + 5x - 2$ ise

$f'(x) = 3ax^2 + 4xb + 5$

$f''(x) = 6ax + 4b$ dir.

$f'(1) = 3a + 4b + 5 = 3 \Rightarrow 3a + 4b = -2$

$f''(-1) = -6a + 4b = 5$ elde edilir.

Bu denklemler ortak çözülürse;

$3a + 4b = -2$

$-\quad -6a + 4b = 5$

$a = -\dfrac{7}{9}$ olur.

Yanıt E

16. $f(x) = \sqrt{x+1}.(3x+k)$ olduğundan,

$f'(x) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot (3x+k) + 3.\sqrt{x+1}$ (Çarpımın türevinden)

$f''(x) = -\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot (x+1)^{-\frac{3}{2}}.(3x+k) + \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x+1}} + \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

$x = 0$ için;

$f''(0) = -\dfrac{1}{4} \cdot k + \dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2} = 2$ olduğundan,

$\Rightarrow k = 4$ olur

Yanıt D

17. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$

$f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ olduğundan,

$f'(x) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+5}} = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ olur.

Yanıt A

18. f(x) fonksiyonu için, x = 1 apsisli noktası kritik nokta olduğundan, bu noktada fonksiyonun limitini inceleyelim.

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 3.1 = 3$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 1^2 + 1 = 2$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ olduğundan

f(x) fonksiyonu x = 1 noktasında sürekli olmadığından türevi yoktur.

Yanıt C

19. f(x) fonksiyonu, x = 2 apsisli noktada türevli olduğundan x = 2 apsisli noktada süreklidir.

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} (kx + t) = 2k + t \\ \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} (2x^2 - 3) = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow 2k + t = 5$ dir.

$\left.\begin{array}{l} f'(2^+) = 4.2 = 8 \\ f'(2^-) = k \end{array}\right\} \Rightarrow k = 8$ olur.

$2k + t = 5 \Rightarrow 2.8 + t = 5$

$\Rightarrow 16 + t = 5$

$\Rightarrow t = -11$ dir.

Yanıt A

20. x = 1 apsisli noktası f(x) fonksiyonunun kritik noktası olduğundan, bu noktadaki sağdan ve soldan limitler eşit olmalıdır.

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 4$

$f'(x) = \begin{cases} (3x^2+1)', & x \le 1 \\ (6x-2)', & x > 1 \end{cases}$

$f'(x) = \begin{cases} 6x, & x \le 1 \\ 6, & x > 1 \end{cases}$

$f'(1^+) = f'(1^-)$ olmalı

$6 = 6$

$f'(1) = 6$ olur.

Yanıt D

TEST 3 — FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x) = -x^3 + ax^2 - 5x + 3$, $g(x) = 3x^4 + 2x$ ve $(f + g)'(1) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\dfrac{1}{2}$ D) 1 E) $\dfrac{3}{2}$

2. f ve g fonksiyonları,
$f(x) = x^2 + 4$ ve $g(x) = 5x - 4$ şeklinde tanımlıdır.
$(fog)'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 10 D) 12 E) 15

3. f ve g fonksiyonları için,
$f(x) = x^3 - 2$ ve $g(x) = (x + 2)^2$ olduğuna göre,
$(gof)'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

4. f ve g fonksiyonları $f(x) = 1 + \dfrac{2}{x^2}$, $g(x) = x^2 + 4$ biçiminde tanımlıdır. Buna göre, $(gof)'(-1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

5. f ve g fonksiyonları,
$f(x) = \sqrt{x+5}$ ve $g(x) = x^2 - 5$ ile tanımlıdır.
Buna göre, $(fog)'(8)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 0 C) –1 D) $-\dfrac{3}{2}$ E) –2

6. f ve g R de türevli fonksiyonlar olmak üzere, $g'(3) = 2$, $g(3) = 6$ ve $f'(6) = 3$ olduğuna göre, $(fog)'(3)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 12 D) 18 E) 36

7. $\forall x \in R$ için türevlenebilen f ve g fonksiyonları için
$f(x - 3) = (3x - 1).g(x+1)$ eşitliği veriliyor.
$f'(2) = 7$ ve $g(6) = 3$ olduğuna göre, $g'(6)$ değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{1}{3}$ B) $-\dfrac{1}{4}$ C) $-\dfrac{1}{5}$ D) $-\dfrac{1}{6}$ E) $-\dfrac{1}{7}$

8. g fonksiyonu, $g(x) = \dfrac{c}{f(x)}$ biçiminde tanımlıdır. $f(2) = 2$,
$f'(2) = -1$ ve $g'(2) = \dfrac{1}{4}$ olduğuna göre, c değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $h(4x + 2) = f(3x - 2) \cdot g(x^2 - 4)$ fonksiyonu veriliyor. $f(-5) = 1$, $f'(-5) = 2$, $g(-3) = 3$ ve $g'(-3) = -3$ olduğuna göre, $h'(-2)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

10. $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 4$, $h(x) = \sqrt{x+1}$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre, $(fogoh)'(10)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 5 D) 10 E) 20

11. f, g ve k fonksiyonları, $f(x) = 4x$, $g(x) = 2x^2$ ve $k(x) = \frac{2}{x}$ ile tanımlıdır. Buna göre, $(fogok)'(4)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

12. $y = \frac{1}{x}$ olduğuna göre, $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{9!}{x^{10}}$ B) $-9!x^{10}$ C) $\frac{10!}{x^{11}}$

D) $\frac{x^{11}}{9!}$ E) $11!x^{10}$

13. $y = (2x + 1)^3$ olmak üzere, $\frac{d^4y}{dx^4}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x + 1$ B) $4x + 2$ C) 0

D) $\frac{2x+1}{2}$ E) 1

14. $f(x) = \sqrt{6 + \sqrt{3x}}$ fonksiyonu veriliyor.

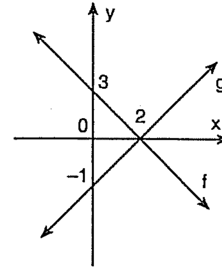
Buna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{6}$

15. f, g ve h, R de türevli fonksiyonlar olmak üzere, $h(x) = (fog)(x)$ biçiminde tanımlıdır. $g(2) = 3$, $f'(3) = 4$, $g'(2) = 4$ olduğuna göre, $h'(2)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

16. f ve g fonksiyonları şekildeki analitik düzlemde verilmiştir. $(gof)'(2)$ değeri kaçtır?



A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

17. P(x) polinom fonksiyonunun türevi $P'(x)$ ve $P(x) - P'(x) = 3x^2 + 5x - 4$ olduğuna göre, P(x) in katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 13 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

18. $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 8$ polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?

A) -12 B) -11 C) -10 D) -9 E) -8

19. $f(2x^3 + 1) = 3x^2 + 3x + 1$ fonksiyonuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

20. $f(2x + 3) = h(3x^2 + 2)$ ve $h'(5) = 3$ olduğuna göre, $f'(5)$ değeri kaçtır?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

TEST 3'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f'(x) = -3x^2 + 2ax - 5$

$f'(1) = -3 + 2a - 5$

$= 2a - 8$

$g'(x) = 12x^3 + 2$

$g'(1) = 14$ olup

$(f + g)'(1) = f'(1) + g'(1) = 8$

$2a - 8 + 14 = 8$

$2a = 2$

$a = 1$ bulunur.

Yanıt D

2. $(fog)'(1) = g'(1).f'[g(1)]$

$g(x) = 5x - 4 \Rightarrow g(1) = 1$

$g'(x) = 5 \Rightarrow g'(1) = 5$

$f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1) = 2$

$(fog)'(1) = [f(g(1))]'$

$= g'(1).f'(g(1)) = 5.f'(1) = 5.2 = 10$ bulunur.

Yanıt C

3. $(gof)'(1) = f'(1).g'[f(1)]$

$f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f(1) = -1$

$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(1) = 3$

$g'(x) = 2.(x + 2) \Rightarrow g'(f(1)) = g'(-1) = 2$

$(gof)'(1) = 3.2 = 6$ elde edilir.

Yanıt C

4. $(gof)'(-1) = f'(-1).g'[f(-1)]$

$f(x) = 1 + 2.x^{-2} \Rightarrow f(-1) = 3$

$f'(x) = -4x^{-3} \Rightarrow f'(-1) = 4$

$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(f(-1)) = g'(3) = 6$ olup

$(gof)'(-1) = 4.6 = 24$ elde edilir.

Yanıt E

5. $(fog)'(8) = g'(8).f'[g(8)]$

$g(x) = x^2 - 5 \Rightarrow g(8) = 64 - 5 = 59$

$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(8) = 16$ olur.

$f(x) = \sqrt{x+5}$ ise,

$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+5}} \Rightarrow f'(g(8)) = f'(59) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{1}{16}$ dir.

Buradan $(fog)'(8) = 16 \cdot \frac{1}{16} = 1$ bulunur.

Yanıt A

6. $(fog)'(3) = g'(3).f'[g(3)]$ eşitliğinde verilenler yerine yazılırsa $= 2.f'(6) = 2.3 = 6$ bulunur.

Yanıt B

7. $f(x - 3) = (3x - 1).g(x + 1)$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınırsa,

$(x - 3)'.f'(x - 3) = (3x - 1)'.g(x + 1) + (3x - 1)(x + 1)'g'(x+1)$

$f'(x - 3) = 3.g(x + 1) + (3x - 1).g'(x + 1)$

$x = 5$ iken, $f'(2) = 3.g(6) + 14.g'(6)$

$7 = 3.3 + 14.g'(6)$

$-2 = 14.g'(6)$

$g'(6) = -\frac{1}{7}$ bulunur.

Yanıt E

8. $g(x) = \frac{c}{f(x)} \Rightarrow g(x).f(x) = c$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınırsa,

$g'(x).f(x) + g(x).f'(x) = 0$

$x = 2$ için, $g'(2).f(2) + g(2).f'(2) = 0$

$\frac{1}{4} \cdot 2 + g(2).(-1) = 0$

$g(2) = \frac{1}{2}$ bulunur.

Bu değer ilk denklemde yerine konulursa, $x = 2$ iken,

$g(2).f(2) = c$

$\frac{1}{2} \cdot 2 = c$

$c = 1$ bulunur.

Yanıt D

9. Verilen fonksiyonda her iki tarafın türevi alınırsa

$4.h'(4x + 2) = 3.f'(3x - 2).g(x^2 - 4) + 2x.g'(x^2 - 4).f(3x - 2)$

ve $x = -1$ iken,

$4.h'(-2) = 3.f'(-5).g(-3) - 2g'(-3).f(-5)$

$4.h'(2) = 3.2.3 - 2.(-3).1$

$4.h'(-2) = 18 + 6$

$h'(-2) = 6$ bulunur.

Yanıt D

10. Öncelikle (fogoh)(x) i bulalım

$f[g[h(x)]] = f(x + 5)$

$= 2(x + 5) - 3$

$= 2x + 7$

$(fogoh)'(x) = 2$

$(fogoh)'(10) = 2$ bulunur.

Yanıt B

11. $(fogok)(x) = f[g[k(x)]] = \frac{32}{x^2}$

$(fogok)'(x) = \frac{-64}{x^3}$

$(fogok)'(4) = \frac{-64}{64} = -1$

Yanıt A

12. $y = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 2.x^{-3}$

$\frac{d^3y}{dx^3} = -6x^{-4}$

$\vdots$

$\frac{d^{10}y}{dx^{10}} = (-1)^{10}.10!x^{-11} = \frac{10!}{x^{11}}$ bulunur.

Yanıt C

13. $y = (2x+1)^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3.2.(2x+1)^2 = 6(2x+1)^2$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 6.2.2.(2x+1) = 24.(2x+1)$

$\frac{d^3y}{dx^3} = 24.2 = 48$

$\frac{d^4y}{dx^4} = 0$

Yanıt C

14. $f(x) = \sqrt{6+\sqrt{3x}}$ fonksiyonunda

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{6+\sqrt{3x}}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{3x}}$

$x = 3$ için $f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{6+\sqrt{9}}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{12}$ bulunur.

Yanıt D

15. $h(x) = (fog)(x)$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa

$h'(2) = (fog)'(2) = g'(2).f'[g(2)]$

$= 4.f'(3)$

$= 4.4 = 16$ bulunur.

Yanıt D

16. $(gof)'(2) = f'(2).g'[f(2)]$

f ve g doğrusal fonksiyon olduklarından birinci türevleri, eğimlerine eşittir.

$f'(x) = m_f = -\frac{3}{2} \Rightarrow f'(2) = -\frac{3}{2}$

$f(2) = 0$

$g'(x) = m_g = \frac{1}{2} \Rightarrow g'(f(2)) = g'(0) = \frac{1}{2}$

$(gof)'(2) = -\frac{3}{2}.\frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$ bulunur.

Yanıt D

17. $P(x) = ax^2 = bx + c$ olsun

$P'(x) = 2ax + b$

$P(x) - P'(x) = 3x^2 + 5x - 4$

$ax^2 + bx = c - 2ax - b = 3x^2 + 5x - 4$

$ax^2 + (b - 2a)x - b + c = 3x^2 = 5x - 4$

Polinom eşitliğinden

$a = 3$, $b - 2a = 5$, $-b + c = -4$

$b - 2.3 = 5$, $-11 + c = -4$

$b = 11$, $c = 7$ olur.

P(x) polinomu; $P(x) = 3x^2 + 11x = 7$

Katsayıları toplamı $P(1) = 3 + 11 = 7$

$P(1) = 21$ dir.

Yanıt D

18. P(x) polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünüyorsa,

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ için

$P(-1) = 0$ ve $P'(-1) = 0$ olacaktır.

$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 8 \Rightarrow P'(x) = 3x^2 - 2ax + b$

$P(-1) = -1-a-b+8 = 0 \Rightarrow -a-b = -7$

$P'(-1) = 3+2a+b = 0$ $\quad + \; 2a+b = -3$

$a = -10$ bulunur.

Yanıt C

19. $f(2x^3 + 1) = 3x^2 + 3x + 1$

$6x^2 f'(2x^3 + 1) = 6x + 3$

$x = 1$ için

$6f'(3) = 9$

$f'(3) = \frac{3}{2}$ bulunur.

Yanıt B

20. $f(2x + 3) = h(3x^2 + 2)$ eşitliğinin iki tarafının da türevi alınırsa;

$2.f'(2x + 3) = 6x.h'(3x^2 + 2)$

$x = 1$ iken, $2.f'(5) = 6.h'(5)$

$2.f'(5) = 6.3$

$f'(5) = 9$ bulunur.

Yanıt B

TEST 4 — TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x) = \cos^3(2x + 5)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-6.\cos^2(2x + 5) . \sin(2x + 5)$
B) $6.\cos^2(2x + 5) . \sin(2x + 5)$
C) $-12.\cos^2(2x + 5) . \sin(2x + 5)$
D) $12.\cos^2(2x + 5) . \sin(2x + 5)$
E) $3.\cos^2(2x + 5) . \sin(2x + 5)$

2. $f(x) = \sin x.\cos x$ olduğuna göre, $f''(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 2x$ B) $\cos 2x$ C) $2\sin 2x$
D) $-2\sin 2x$ E) $-2\cos 2x$

3. $y = (\sin 3x)^2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 6x$ B) $3. \sin 6x$
C) $-3. \sin 6x$ D) $3.\cos 6x$
E) $-3.\cos 6x$

4. $f(x) = \frac{\cos x}{x+2}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{\pi+4}$ B) $-\frac{1}{\pi+2}$ C) $-\frac{2}{\pi+4}$
D) $\frac{1}{\pi+4}$ E) 0

5. $f(x) = x^2.\sin\frac{1}{x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{3}{\pi}\right)$ değeri kaçtır?

A) $3\sqrt{3} - 1$ B) $3\sqrt{3} + 1$ C) $\frac{3}{\pi} - \frac{1}{2}$
D) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{2}$ E) $\frac{3\sqrt{3} - 1}{2\pi}$

6. $f(x) = \sin^3 2x.\cos x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $-\frac{\sqrt{2}}{16}$ E) $\sqrt{2}$

7. $f(x) = \cos x$, $g(x) = f(x).f'(x)$ olduğuna göre, $g'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos 2x$ B) $\cos 2x$ C) $-\sin 2x$
D) $\sin 2x$ E) $\cos^2 x - 1$

8. $\left.\begin{array}{l} f(x) = \sin 2x \\ g(x) = \cos 3x \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $(fog)'(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $6\cos(2\cos 3x) . (\cos 3x)$
B) $-6\cos(2\cos 3x) . (\cos 3x)$
C) $6\cos(2\cos 3x) . (\sin 3x)$
D) $-2\cos(2\cos 3x) . (\sin 3x)$
E) $-6\cos(2\cos 3x) . (\sin 3x)$

9. $f(x) = \sin(\cos x)$ olduğuna göre,

$\frac{df(x)}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos(\cos x)$ B) $\cos(\cos x) . \sin x$
C) $-\sin(\cos x). \sin x$ D) $-\cos(\cos x).\sin x$
E) $\cos(\sin x) . \sin x$

10. $f(x) = \tan(3x + 1) + \cot(3x - 1)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinini eşiti şağıdakilerden hangisidir?

A) $\sec^2(3x + 1) - \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
B) $3.\sec^2(3x + 1) + 3.\operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
C) $\sec^2(3x + 1) + \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
D) $3.\sec^2(3x + 1) - 3.\operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
E) $3.\sec^2(3x + 1) - \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$

11. $f : R \rightarrow R$, $f(x) = \cos^2 2x + \sin 2x$ olduğuna göre,

$\lim\limits_{m \to 0} \dfrac{f(-\pi) - f(-\pi + m)}{m}$ limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2   B) –1   C) 0   D) 1   E) 2

12. $f(x) = \cos 2x$ fonksiyonu için $m \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ ve

$\lim\limits_{x \to m} \dfrac{f(x) - f(m)}{x - m} = f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ olduğuna göre, m gerçel sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{0, \dfrac{\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}\right\}$ C) $\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$

D) $\left\{0, \dfrac{\pi}{2}\right\}$ E) $\left\{\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{5\pi}{12}\right\}$

13. $y = \cos\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ olduğuna göre, y′ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right) \cdot \dfrac{2}{(x+1)^2}$ B) $-\sin\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right) \cdot \dfrac{4}{(x+1)^2}$

C) $-\sin\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right) \cdot \dfrac{1}{(x+1)^2}$ D) $-\sin\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right) \cdot \dfrac{2}{(x+1)^2}$

E) $-\sin\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

14. $f(x) = \dfrac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x}$ fonksiyonunun birinci türev fonksiyonu f′(x) olduğuna göre, $f'(x) \cdot \left(\dfrac{\sin 2x + 1}{2}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1   B) 1   C) $\cos^2 2x$

D) cosx   E) 2

15. $f(x) = 2\sin\left(3\tan(4x) + \dfrac{\pi}{6} - 3\right)$ olduğuna göre,

$f'\left(\dfrac{\pi}{16}\right)$ değeri kaçtır?

A) $24\sqrt{3}$ B) 24   C) $48\sqrt{3}$

D) $-24\sqrt{3}$ E) –24

16. $f(x) = \cos 4x + \sin 4x$ olduğuna göre, $\dfrac{d^2 f(x)}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –16f(x)   B) –4f(x)   C) 4f(x)

D) –2f(x)   E) 2f(x)

17. $y = -2.\cos(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2.\sin(\sin^2 x).\sin x.\cos x$

B) $2.\sin(\sin^2 x)$

C) $2.\sin(\sin^2 x).\sin 2x$

D) $2.\sin(\sin^2 x).\cos 2x$

E) $2.\sin(\sin^2 x).\sin 4x$

18. $f(x) = \tan(\cot x) + \cot(\tan x)$ olduğuna göre, f′(x) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sec^2(\tan x) - \mathrm{cosec}^2(\cot x)$

B) $\sec^2(\cot x) - \mathrm{cosec}^2(\tan x)$

C) $\sec^2(\cot x) + \mathrm{cosec}^2(\tan x)$

D) $\sec^2(\cot x).(-\mathrm{cosec}^2 x) + \mathrm{cosec}^2(\tan x).\sec^2 x$

E) $\sec^2(\cot x).(-\mathrm{cosec}^2 x) - \mathrm{cosec}^2(\tan x).\sec^2 x$

19. $f(x) = \cos\left(\dfrac{x}{2} + \sin x\right)$ olduğuna göre, $f'(\pi)$ değeri kaçtır?

A) –1   B) $-\dfrac{1}{2}$ C) 0   D) $\dfrac{1}{2}$ E) 1

20. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{2\cos^2 x - 1}$ olduğuna göre, $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ B) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

TEST 4'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \cos^3(2x + 5)$ olduğundan,

$f'(x) = 3.\cos^2(2x + 5).[\cos(2x + 5)]'$

$= 3.\cos^2(2x + 5).(-\sin(2x + 5)).(2x + 5)'$

$= 3.\cos^2(2x + 5).(-\sin(2x+5)).2$

$= -6.\cos^2(2x + 5).\sin(2x + 5)$ olur.

Yanıt A

2. $f(x) = \sin x.\cos x \Rightarrow f(x) = \dfrac{2\sin x.\cos x}{2} = \dfrac{\sin 2x}{2}$ olur.

$f'(x) = \dfrac{(2x)'.\cos 2x}{2} = \dfrac{2\cos 2x}{2} = \cos 2x$

$f''(x) = -2\sin 2x$ dir.

Yanıt D

3. $y = (\sin(3x))^2$ olduğundan,

$\dfrac{dy}{dx} = y' = 2.(\sin(3x)).(\sin(3x))'$

$= 2.\sin(3x).\cos(3x).(3x)'$

$= \underbrace{2.\sin(3x).\cos(3x)}_{\sin 6x}.3$

$= 3.\sin(6x)$ olur.

Yanıt B

4. $f(x) = \dfrac{\cos x}{x+2}$ olduğundan,

(Bölümün türevinden)

$f'(x) = \dfrac{(\cos x)'.(x+2) - \cos x.(x+2)'}{(x+2)^2}$

$f'(x) = \dfrac{-\sin x.(x+2) - \cos x.1}{(x+2)^2}$

O halde;

$f'(\dfrac{\pi}{2}) = \dfrac{-\sin\frac{\pi}{2}.(\frac{\pi}{2}+2) - \cos\frac{\pi}{2}}{(\frac{\pi}{2}+2)^2}$

$= -\dfrac{(\frac{\pi}{2}+2)}{(\frac{\pi}{2}+2)^2} = -\dfrac{1}{\frac{\pi+4}{2}} = -\dfrac{2}{\pi+4}$ olur.

Yanıt C

5. $f(x) = x^2.\sin\dfrac{1}{x}$ olduğundan, (çarpımın türevinden)

$f'(x) = 2x.\sin\dfrac{1}{x} + x^2.\cos\dfrac{1}{x} \cdot (-\dfrac{1}{x^2})$

$= 2x.\sin\dfrac{1}{x} - \cos\dfrac{1}{x}$ olur.

O halde;

$f'(\dfrac{3}{\pi}) = 2 \cdot \dfrac{3}{\pi} \cdot \sin\dfrac{\pi}{3} - \cos\dfrac{\pi}{3}$

$= \dfrac{6}{\pi} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\pi} - \dfrac{1}{2}$ dir.

Yanıt D

6. $f(x) = \sin^3 2x.\cos x$ olduğundan, (çarpımın türevinden)

$f'(x) = (3.\sin^2 2x.\cos 2x.2)\cos x + \sin^3 2x.(-\sin x)$

$f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 6\cos\dfrac{\pi}{2}.\sin^2\dfrac{\pi}{2}.\cos\dfrac{\pi}{4} + \sin^3\dfrac{\pi}{2}.\left(-\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

$= 6.0.1.\dfrac{\sqrt{2}}{2} - 1.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Yanıt C

7. $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x \Rightarrow f''(x) = -\cos x$ dir.

$g(x) = f(x).f'(x)$ olduğundan (çarpımın türevinden)

$g'(x) = f'(x).f'(x) + f(x).f''(x)$ dir.

$= (-\sin x)(-\sin x) + \cos x.(-\cos x)$

$= \sin^2 x - \cos^2 x$

$= -(\cos^2 x - \sin^2 x)$

$= -\cos 2x$ olur.

Yanıt A

8. $f(x) = \sin 2x$ ve $g(x) = \cos 3x$ olduğundan

$(fog)'(x) = g'(x).f'(g(x)) = -3.\sin 3x.f'(\cos 3x)$ olur.

O halde,

$f'(x) = 2\cos 2x$ ve $f'(\cos 3x) = 2\cos(2\cos 3x)$ olur.

$(fog)'(x) = -3.\sin 3x.2.\cos(2\cos 3x)$

$(fog)'(x) = -6.\sin 3x.\cos(2\cos 3x)$ dir.

Yanıt E

9. f(x) = sin(cosx) olduğundan,

$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = \cos(\cos x).(\cos x)'$

$= \cos(\cos x).(-\sin x)$

$= -\cos(\cos x).\sin x$ dir.

Yanıt D

10. f(x) = tan(3x + 1) + cot(3x – 1) olduğundan,

$f'(x) = \frac{(3x+1)'}{\cos^2(3x+1)} + \left(-\frac{(3x-1)'}{\sin^2(3x-1)}\right)$

$= 3.\sec^2(3x+1) - 3.\text{cosec}^2(3x-1)$ olur.

Yanıt D

11. $\lim_{m\to 0} \frac{f(-\pi)-f(-\pi+m)}{m} = f'(-\pi)$ dir.

$f(x) = \cos^2 2x + \sin 2x$ olduğundan,

$f'(x) = 2.\cos 2x.(-\sin 2x).2 + 2.\cos 2x$

$= -2.\sin 4x + 2.\cos 2x$ olur.

$x = -\pi$ için, $f'(-\pi) = -2.\sin(-4\pi) + 2\cos(-2\pi)$

$= -2.0 + 2.1$

$= 2$ dir.

Yanıt E

12. $f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2\sin 2x$ dir.

$\lim_{x\to m} \frac{f(x)-f(m)}{x-m} = f(\frac{\pi}{2})$

$f'(m) = f(\frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow -2\sin 2m = \cos(2\cdot\frac{\pi}{2})$

$-2\sin 2m = -1$

$\sin 2m = \frac{1}{2}$

$2m = \frac{\pi}{6}$ $2m = \pi - \frac{\pi}{6}$

$m = \frac{\pi}{12}$ $m = \frac{5\pi}{12}$ $\left(m \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{için}\right)$

$Ç.K. = \left\{\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right\}$ olur.

Yanıt E

13. $y = \cos(\frac{x-1}{x+1})$ olduğundan,

$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right).\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'$ (bölümün türevinden)

$y' = -\sin(\frac{x-1}{x+1}).\frac{1.(x+1)-(x-1).1}{(x+1)^2}$

$y' = -\sin(\frac{x-1}{x+1}).\frac{2}{(x+1)^2}$ olur.

Yanıt D

14. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x}$ olduğundan, (bölümün türevinden)

$f'(x) = \frac{(\cos x+\sin x)(\cos x+\sin x)-(\sin x-\cos x)(-\sin x+\cos x)}{(\cos x+\sin x)^2}$

$= \frac{\cos^2 x + 2\sin x\cos x + \sin^2 x + \sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x}{(\cos x+\sin x)^2}$

$= \frac{2}{\cos^2 x + \underbrace{2\sin x\cos x}_{\sin 2x} + \sin^2 x}$

$= \frac{2}{1+\sin 2x}$ olur. $\sin^2 x + \cos^2 = 1$

olduğundan

$f'(x).\left(\frac{\sin 2x+1}{2}\right) = \frac{2}{1+\sin 2x}\cdot\frac{\sin 2x+1}{2} = 1$ dir.

Yanıt B

15. $f(x) = 2\sin(3\tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3)$ olduğundan,

$f'(x) = 2\cos(3\tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3).3.(1+\tan^2(4x)).4$

$= 24.\cos(3\tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3).(1+\tan^2(4x))$ olur.

$x = \frac{\pi}{16}$ için;

$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 24.\cos\left(3.\tan\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} - 3\right)\left(1+\tan^2\frac{\pi}{4}\right)$

$= 24.\cos\left(3 + \frac{\pi}{6} - 3\right).(1+1^2)$

$= 24.\cos(\frac{\pi}{6}).(1+1)$

$= 48\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$ tür.

Yanıt A

16. f(x) = cos4x + sin4x olduğundan,

$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = -4\sin 4x + 4\cos 4x$

$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = f''(x) = -16\cos 4x - 16\sin 4x$

$= -16\underbrace{(\cos 4x + \sin 4x)}_{f(x)}$

$= -16f(x)$ olur.

Yanıt A

17. $y = -2.\cos(\sin^2 x)$ olduğundan,

$\frac{dy}{dx} = y' = 2.\sin(\sin^2 x).(\sin^2 x)'$

$= 2.\sin(\sin^2 x).\underbrace{2\sin x.\cos x}_{\sin 2x}$

$= 2.\sin(\sin^2 x).\sin 2x$ olur.

Yanıt C

18. f(x) = tan(cotx) + cot(tanx) olduğundan,

$f'(x) = \frac{(\cot x)'}{\cos^2(\cot x)} + \frac{-(\tan x)'}{\sin^2(\tan x)}$

$= \frac{-1}{\sin^2 x}\cdot\sec^2(\cot x) - \frac{1}{\cos^2 x}\cdot\text{cosec}^2(\tan x)$

$= \sec^2(\cot x).(-\text{cosec}^2 x) - \text{cosec}^2(\tan x).\sec^2 x$ olur.

Yanıt E

19. $f(x) = \cos(\frac{x}{2} + \sin x)$ olduğundan,

$f'(x) = -\sin(\frac{x}{2} + \sin x).(\frac{x}{2} + \sin x)'$

$f'(x) = -\sin(\frac{x}{2} + \sin x).(\frac{1}{2} + \cos x)$ olur.

$x = \pi$ için,

$f'(\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + \sin\pi).(\frac{1}{2} + \cos\pi)$

$f'(\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + 0).(\frac{1}{2} + (-1))$

$f'(\pi) = -1.(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ dir.

Yanıt D

20. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{2\cos^2 x - 1}$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{1}{2}\cdot\frac{(\sin x)'}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{(2\cos^2 x - 1)'}{\sqrt{2\cos^2 x - 1}}$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{-4\cos x.\sin x}{\sqrt{2\cos^2 x - 1}}$ olur.

$x = \frac{\pi}{6}$ için;

$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\cos\frac{\pi}{6}}{\sqrt{\sin\frac{\pi}{6}}} - 2\cdot\frac{\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin\frac{\pi}{6}}{\sqrt{2\cos^2\frac{\pi}{6} - 1}}$

$f'(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}} - \frac{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\sqrt{2\cdot\frac{3}{4} - 1}}$

$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{\underset{(2)}{2}}$

$= -\frac{\sqrt{6}}{4}$ tür.

Yanıt E

TEST 5 TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\sqrt{2}$

2. $f(x) = 16.\sin^4 2x \cdot \cos^4 2x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ değeri kaçtır?

A) –4 B) $-2\sqrt{2}$ C) –2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

3. $y = 1 - 2\cos x + \cos^2 x - 2x\sin x$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-(\sin 2x + 2x\cos x)$ B) $-2(\sin x + 2\cos x)$
C) $\sin 2x + 2x\cos x$ D) $2x\cos x$
E) $-x\sin x$

4. $f(x) = \dfrac{(\cos x)^2}{\cos x^2}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $f(x) = \tan x - \dfrac{\cos^2 x}{\cot x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $g(x) = f(\sin^2 5x)$ ve $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ olduğuna göre, $g'\left(\frac{\pi}{20}\right)$ değeri kaçtır?

A) $5\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{2}$
D) 10 E) 12

7. $f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} . \tan\frac{\pi x}{4}\right)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $-\frac{\pi}{8}$ D) $-\frac{\pi}{16}$ E) $-\frac{\pi^2}{8}$

8. $\frac{d}{dx}\left(2\tan\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)\right)$ fonksiyonunu x = 1 apsisli noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) π E) 2π

9. $f(x) = m.\cos^2 2x + n.\sin 2x$ fonksiyonu için $f'(\pi) = 4$ ve $f''(-\pi) = 2$ olduğuna göre, (n + m) toplamı kaçtır?

A) $-\frac{7}{4}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{9}{4}$

10. $f(x) = \cos(\sin(\tan 4x))$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 0 D) 1 E) $\sqrt{2}$

11. $f(x) = \arctan x + \text{arccot} 2x$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $f(x) = \arctan(\cos(2x))$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $y = \text{arccot}\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{x^2-4}$ B) $\frac{2}{x^2+4}$ C) $-\frac{2}{x^2-4}$
D) $-\frac{2}{x^2+4}$ E) $\frac{2}{x^2}$

14. $f(x) = \text{arccot}(5x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{6}{17}$ B) $-\frac{7}{17}$ C) $-\frac{8}{17}$ D) $-\frac{9}{17}$ E) $-\frac{10}{17}$

15. $y = \arctan(\sin x)$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\cos x}$ B) $\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$ C) $\frac{-\cos x}{1+\sin^2 x}$
D) $\frac{\cos x}{1+\cos^2 x}$ E) $\frac{-1}{\cos x}$

16. $y = \arccos(3x^2-1)$ olduğuna göre, y' ifadesinin $x = \frac{1}{2}$ apsisli noktasında değeri kaçtır?

A) $-\frac{2\sqrt{15}}{3}$ B) $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$ C) $-\frac{4\sqrt{15}}{3}$
D) $-\frac{4\sqrt{15}}{5}$ E) $-\frac{4\sqrt{15}}{15}$

17. $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ve $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

18. $f(x) = \arccos(\tan x)$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$ B) $\frac{-\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$
C) $\frac{-\sec^2 x}{1-\tan^2 x}$ D) $\frac{-\sec x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$
E) $\frac{\sec^2 x}{1-\tan^2 x}$

19. $y = \frac{1}{\arctan\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 1 apsisli noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{4}{\pi^2}$ B) $-\frac{4}{\pi}$ C) $-\frac{1}{\pi^2}$ D) $\frac{1}{\pi^2}$ E) $\frac{4}{\pi^2}$

20. $y = f(x) = \text{arcsec} x$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ B) $f'(x) = \frac{-1}{2x\sqrt{x^2-1}}$
C) $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ D) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
E) $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2-1}}$

TEST 5'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)=\sin^4 x-\cos^4 x=(\sin^2 x)^2-(\cos^2 x)^2$

$=\underbrace{(\sin^2 x-\cos^2 x)}_{-\cos(2x)}.\underbrace{(\sin^2 x+\cos^2 x)}_{1}$

O halde; $f(x)=-\cos(2x)$ dir.

$f'(x)=-(-\sin(2x).2)=2\sin(2x)$ olur.

$f'(\frac{\pi}{8})=2.\sin(2\cdot\frac{\pi}{8})=2\sin\frac{\pi}{4}=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ olur.

Yanıt B

2. $f(x)=16.\sin^4(2x).\cos^4(2x)$

$=(2.\sin(2x)\cos(2x))^4$

$=\sin^4(4x)$ olur.

$f'(x)=4.\sin^3(4x).(\sin(4x))'$

$=4\sin^3(4x).\cos(4x).4$

$=16\sin^3(4x).\cos(4x)$ dir.

$f'(\frac{\pi}{16})=16.\sin^3(4\cdot\frac{\pi}{16}).\cos(4\cdot\frac{\pi}{16})$

$=16.\sin^3\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{4}$

$=16\cdot(\frac{\sqrt{2}}{2})^3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=16\cdot(\frac{\sqrt{2}}{2})^4=16\cdot\frac{4}{16}=4$ olur.

Yanıt E

3. $y=1-2\cos x+\cos^2 x-2x.\sin x$ olduğundan,

$\frac{dy}{dx}=y'=2\sin x+\underbrace{2.\cos x.(-\sin x)}_{-\sin 2x}-\underbrace{(2.\sin x+2x.\cos x)}_{\text{Çarpımın türevinden}}$

$=2\sin x-\sin(2x)-2\sin x-2x\cos x$

$=-(\sin(2x)+2x\cos x)$ olur.

Yanıt A

4. $f(x)=\frac{(\cos x)^2}{\cos x^2}$ olduğundan, (bölümün türevinden)

$f'(x)=\frac{2\cos x.(-\sin x).\cos x^2-(\cos x)^2.(-\sin x^2).2x}{(\cos x^2)^2}$ olur.

$f'(0)=\frac{-2.\cos 0.\sin 0.\cos 0+\cos 0.\sin 0.0}{(\cos 0)^2}$

$f'(0)=\frac{0}{1}=0$ dır.

Yanıt C

5. $f(x)=\tan x-\frac{\cos^2 x}{\cot x}=\tan x-\cos^2 x.\tan x$

$=\tan x(\underbrace{1-\cos^2 x}_{\sin^2 x})=\tan x.\sin^2 x$

(çarpımın türevinden)

$f'(x)=(1+\tan^2 x).\sin^2 x+\tan x.2\sin x.\cos x$ olur.

O halde;

$f'(\frac{\pi}{6})=(1+\frac{1}{3})\cdot\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$ dır.

Yanıt B

6. $g(x)=f(\sin^2(5x))$ olduğundan,

$g'(x)=f'(\sin^2(5x)).(\sin^2(5x))'$

$=f'(\sin^2(5x)).\underbrace{2\sin(5x).\cos(5x)}_{\sin(10x)}.5$

$=5.\sin(10x).f'(\sin^2(5x))$ olur.

O halde; $x=\frac{\pi}{20}$ yazarsak,

$g'(\frac{\pi}{20})=5.\sin(10\cdot\frac{\pi}{20}).f'(\sin^2(5\cdot\frac{\pi}{20}))$

$=5.\sin(\frac{\pi}{2}).f'(\sin^2\frac{\pi}{4})$

$=5.1.f'(\frac{1}{2})$ $\quad(f'(\frac{1}{2})=2$ olduğundan)

$=5.2=10$ olur.

Yanıt D

7. $f(x)=\cos^2(\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi x}{4})$ olduğundan,

$f'(x)=2\cos(\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi x}{4}).(-\sin(\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi x}{4}))\cdot\frac{\pi}{4}(1+\tan^2\frac{\pi x}{4})\cdot\frac{\pi}{4}$

O halde; x = 1 için,

$f'(1)=-\frac{\pi^2}{8}\cos(\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{4}).\sin(\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}).(1+\tan^2\frac{\pi}{4})$

$=-\frac{\pi^2}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\cdot(1+1)$

$=-\frac{\pi^2}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\pi^2}{8}$ dir.

Yanıt E

8. $\frac{d}{dx}(2\tan(\cos(\frac{\pi}{2}x)))=2.(1+\tan^2(\cos(\frac{\pi}{2}x))).(\cos(\frac{\pi}{2}.x))'$

$=2.(1+\tan^2(\cos(\frac{\pi}{2}x))).(-\sin(\frac{\pi}{2}x))\cdot\frac{\pi}{2}$

x = 1 için,

$=-\pi(1+\tan^2(\cos\frac{\pi}{2})).(\sin\frac{\pi}{2})$

$=-\pi.(1+\tan^2 0).1$

$=-\pi$ olur.

Yanıt A

9. $f(x)=m.\cos^2 2x+n.\sin 2x$ olduğundan,

$f'(x)=2m.\cos 2x.(-\sin 2x).2+2n.\cos 2x$

$=-2m\sin 4x+2n\cos 2x$ olur.

$f''(x)=-2m.4.\cos 4x+2n.2(-\sin 2x)$

$=-8m\cos 4x-4n\sin 2x$

O halde,

$f'(\pi)=-2m.0+2n.1=2n=4$

$n=2$ dir.

$f''(-\pi)=-8m.1-4n.0=-8m=2$

$m=-\frac{1}{4}$ tür.

$n+m=2+(-\frac{1}{4})=\frac{7}{4}$ olur.

Yanıt D

10. $f(x)=\cos(\sin(\tan 4x))$ olduğundan,

$f'(x)=-\sin(\sin(\tan 4x)).\cos(\tan 4x).(1+\tan^2 4x).4$

$f'(\frac{\pi}{4})=-\sin(\sin 0)\cos(0)(1+0).4=0$ olur.

Yanıt C

11. $f(x)=\arctan x+\text{arccot}2x$

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}+\frac{(-2)}{1+4x^2}$

$x=0$ için $f'(0)=1-2=-1$ bulunur.

Yanıt B

12. $f(x)=\arctan(\cos(2x))$ olduğundan,

$f'(x)=\frac{(\cos 2x)'}{1+\cos^2(2x)}=\frac{-2\sin 2x}{1+\cos^2(2x)}$ olur.

O halde,

$f'(\frac{\pi}{8})=\frac{-2.\sin\frac{\pi}{4}}{1+\cos^2\frac{\pi}{4}}=\frac{-2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{-\sqrt{2}}{\frac{3}{2}}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ tür.

Yanıt C

13. $y=\text{arccot}(\frac{x-2}{x+2})$ olduğundan,

$\frac{dy}{dx}=y'=-\frac{(\frac{x-2}{x+2})'}{1+(\frac{x-2}{x+2})^2}$ (bölümün türevinden)

$y'=-\frac{\frac{1.(x+2)-(x-2).1}{(x+2)^2}}{1+\frac{(x-2)^2}{(x+2)^2}}=-\frac{\frac{4}{(x+2)^2}}{\frac{(x+2)^2+(x-2)^2}{(x+2)^2}}$

$=-\frac{4}{x^2+4x+4+x^2-4x+4}=-\frac{4}{2x^2+8}=-\frac{2}{x^2+4}$ dür.

Yanıt D

14. $f(x) = \text{arccot}\,(5x^2 - 1)$ olduğundan,

$$f'(x) = -\frac{10x}{1+(5x^2-1)^2} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(1) = -\frac{10}{1+4^2} = -\frac{10}{17} \text{ dir.}$$

Yanıt E

15. $y = \arctan(\sin x)$ olduğundan,

$$y' = \frac{(\sin x)'}{1+(\sin x)^2} = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} \text{ olur.}$$

Yanıt B

16. $y = \arccos(3x^2 - 1)$ olduğundan,

$$y' = -\frac{6x}{\sqrt{1-(3x^2-1)^2}}$$

$x = \frac{1}{2}$ için;

$$-\frac{6\cdot\frac{1}{2}}{\sqrt{1-(\frac{3}{4}-1)^2}} = -\frac{3}{\sqrt{1-\frac{1}{16}}} = -\frac{3}{\frac{\sqrt{15}}{4}}$$

$$= -\frac{3.4}{\underset{(\sqrt{15})}{\sqrt{15}}} = -\frac{4\sqrt{15}}{5}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğundan,

$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ olduğundan $\cos x \geq 0$ dır.

$\sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| = \cos x$ olacaktır.

$$f'(x) = -\frac{(\sin x)'}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = -\frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}} = -\frac{\cos x}{\underbrace{(\cos x)}_{+}} = -1$$

Yanıt A

18. $f(x) = \arccos(\tan x)$ olduğundan,

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = -\frac{(\tan x)'}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$$

$$= -\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$$

$$= -\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \text{ olur.}$$

Yanıt B

19. $y = \frac{1}{\arctan\sqrt{x}} = (\arctan\sqrt{x})^{-1}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = y' = -(\arctan\sqrt{x})^{-2} \cdot \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}{1+(\sqrt{x})^2} \text{ olur.}$$

$$(x = 1 \text{ için}) = -(\arctan 1)^{-2} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{2} = -\left(\frac{\pi}{4}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{4}{\pi^2} \text{ dir.}$$

Yanıt A

20. $y = f(x) = \text{arcsec}\,x$

$y = \text{arcsec}\,x$ ise $\sec y = x$ bulunur.

Buna göre,

$$\frac{1}{\cos y} = x$$

$$\cos y = \frac{1}{x}$$

$$y = \arccos\frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

$$y' = \frac{-\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Yanıt A

TEST 6 LOGARİTMİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $g(x) = \frac{1}{4}\ln(4x^2)$ ve $\frac{f(x)}{3x} = g(x)$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{e}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{4}$

2. $f(x) = \log_7\left(\frac{x-3}{x+2}\right)$ fonksiyonu için $f'(x) = \frac{1}{10.\ln 7}$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $y = \ln(\cos x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cotx B) tanx C) –tanx

D) –cotx E) –secx

4. $f(x) = \log_3(\sin x)$ olduğuna göre,

$f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x \,.\, \log_3 e$ B) $\tan x \,.\, \ln 3$

C) $\cot x \,.\, \log_3 e$ D) $\cot x$

E) $\cot x \,.\, \ln 3$

5. $f(x) = \ln\left(\cot\frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

6. $f(x) = \log_5(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{\ln 3}$ B) $\frac{2}{\ln 5}$ C) $\frac{3}{\ln 5}$ D) $\frac{2}{\ln 3}$ E) $\frac{1}{\ln 5}$

7. $y = \sqrt{1+\ln x} + \ln\left(\sqrt{1+x}\right)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in

x=1 apsisli noktadaki değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

8. $f(x) = \log_5(x^2 - 3x - 10)$ fonksiyonu için $f'(n) = 0$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

9. $f(x) = \ln^2(6x + 2)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{4}\ln 2$ B) $\frac{9}{2}\ln 2$ C) $\frac{3}{4}\ln 4$

D) $\frac{9}{2}\ln 8$ E) $\frac{1}{2}\ln 8$

10. $y = \ln(\ln x)$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\ln x}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{1}{x.\ln x}$ D) $\frac{x}{\ln x}$ E) $\frac{\ln x}{x}$

11. $f(x) = \cos(\ln(2x))$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{x}\sin(\ln x)$ B) $-\frac{1}{2x}\sin(\ln x)$

C) $\frac{1}{2x}\sin(\ln x)$ D) $-\frac{1}{x}\sin(\ln 2x)$

E) $\frac{1}{x}\sin(\ln 2x)$

12. $f(x) = \log_4(\cos(x^3))$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \log_4 e$

B) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2$

C) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \ln 4$

D) $-\tan(x^3) \cdot \ln 4$

E) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \ln 2$

13. $f(x) = \sin(\ln 2x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos(\ln(2x))}{2x}$ B) $\frac{\cos(\ln(2x))}{x^2}$

C) $\cos(\ln(2x))$ D) $\frac{\cos(\ln(2x))}{4x}$

E) $\frac{\cos(\ln(2x))}{x}$

14. $f(x) = \ln(\text{arccot}3x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{(1+9x^2)(\text{arccot}3x)}$ B) $\frac{-3}{(1+9x^2)(\text{arccot}3x)}$

C) $\frac{1}{(1+9x^2)(\text{arccot}3x)}$ D) $\frac{-1}{(1+9x^2)(\text{arccot}3x)}$

E) $\frac{-3}{(1+3x^2)(\text{arccot}3x)}$

15. $f(x) = \ln\left[\frac{(x^3+4x)(x^2-6x)}{4x+1}\right]$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{7}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{11}{5}$

16. $f(x) = \arctan\left(\ln\frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, $f'(2e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{1}{2e}$ C) $\frac{e}{2}$ D) $\frac{e}{3}$ E) $\frac{1}{4e}$

17. $f(x) = \text{arccot}x$, $g(x) = \ln(f(x))$ olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktadaki türevi kaç olabilir?

A) $-\frac{\pi}{4}$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $-\frac{2}{\pi}$ D) $\frac{2}{\pi}$ E) $\frac{\pi}{2}$

18. $g(x) = \log(\tan 2x)$ ve $f(x) = \sin(\log 5x)$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{1}{5}\right) - g'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ farkı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{4}{\ln 10}$ C) $\frac{5}{\ln 10}$

D) $e^{1/5}$ E) $\frac{1}{\ln 10}$

19. $f(x) = \log_3\left[4 + \log_3\left(x^2-3\right)\right]$ olduğuna göre,

$f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $\log_3 e$ B) $(\log_3 e)^2$ C) $\log_2 e$

D) $(\log_2 e)^2$ E) $\log_3 2e$

20. $f(x) = \ln(\sin(\ln(x^2)))$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{e}\tan 2$ B) $\frac{2}{e}\cot 2$ C) $e\cot 1$

D) $\frac{e}{2}\tan 2$ E) $e\tan 2$

TEST 6'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 3x.g(x)$ ve $g(x) = \frac{1}{4}\ln(4x^2)$ olduğundan;

$f(x) = 3x \cdot \frac{1}{4}\ln(4x^2) = \frac{3}{4} \cdot x.\ln(4x^2)$ olur.

(Çarpmanın türevinden)

$f'(x) = \frac{3}{4} \cdot [1.\ln(4x^2) + x \cdot \frac{8x}{4x^2}]$

$f'(x) = \frac{3}{4} \cdot [\ln(4x^2) + 2]$ olduğundan,

$f'(\frac{e}{2}) = \frac{3}{4} \cdot [\ln(4\frac{e^2}{4}) + 2] = \frac{3}{4}[2\ln e + 2]$

$= \frac{3}{4} \cdot 4 = 3$ olur.

Yanıt A

2. $f(x) = \log_7(\frac{x-3}{x+2}) = \log_7(x-3) - \log_7(x+2)$

$f'(x) = \frac{1}{x-3} \cdot \log_7 e - \frac{1}{x+2}\log_7 e$

$= \log_7 e \cdot (\frac{1}{\underset{(x+2)}{x-3}} - \frac{1}{\underset{(x-3)}{x+2}})$

$= \frac{1}{\ln 7} \cdot \frac{5}{(x-3).(x+2)}$

$f'(x) = \frac{1}{10.\ln 7}$ olduğundan;

$\frac{1}{\ln 7} \cdot \frac{5}{(x-3).(x+2)} = \frac{1}{10\ln 7}$

$(x-3)(x+2) = 50$

O halde, x in pozitif değeri 8 dir.

Yanıt C

3. $y = \ln(\cos x)$ ise,

$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$ olur.

Yanıt C

4. $f(x) = \log_3(\sin x)$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{(\sin x)'}{\sin x} \cdot \log_3 e = \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \log_3 e$

$= \cot x.\log_3 e$ olur.

Yanıt C

5. $f(x) = \ln(\cot\frac{x}{2}) = \ln\left(\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\right)$

$= \ln(\cos\frac{x}{2}) - \ln(\sin\frac{x}{2})$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{(\cos\frac{x}{2})'}{\cos\frac{x}{2}} - \frac{(\sin\frac{x}{2})'}{\sin\frac{x}{2}} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot \sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}} - \frac{\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$

$= -\frac{1}{2}[\tan\frac{x}{2} + \cot\frac{x}{2}]$ olur.

O halde,

$f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{2}[\tan\frac{\pi}{4} + \cot\frac{\pi}{4}]$

$= -\frac{1}{2} \cdot (1+1) = -1$ olur.

Yanıt D

6. $f(x) = \log_5(\sin^2 x)$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{(\sin^2 x)'}{\sin^2 x} \cdot \log_5 e = \frac{2\sin x.\cos x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\ln 5}$

$= \frac{2\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\ln 5} = \frac{2\cot x}{\ln 5}$ olur.

O halde,

$f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{2\cot\frac{\pi}{4}}{\ln 5} = \frac{2}{\ln 5}$ dir.

Yanıt B

7. $y=\sqrt{1+\ln x}+\ln(\sqrt{1+x})$

$$y'=\frac{1}{2}\cdot\frac{(1+\ln x)'}{\sqrt{1+\ln x}}+\frac{(\sqrt{1+x})'}{\sqrt{1+x}}$$

$$y'=\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\ln x}}+\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{1+x}}$$

$x=1$ için $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+0}}+\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+1}}}{\sqrt{1+1}}=\frac{3}{4}$ olur.

Yanıt C

8. $f(x) = \log_5(x^2-3x-10)$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(x^2-3x-10)'}{x^2-3x-10}\cdot\log_5 e$$

$$f'(x)=\frac{2x-3}{x^2-3x-10}\cdot\log_5 e \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(n)=\frac{2n-3}{n^2-3n-10}\cdot\log_5 e=0 \quad (\log_5 e\neq 0 \text{ olacağından})$$

$$2n-3=0$$

$$n=\frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

9. $f(x) = \ln^2(6x+2)$ olduğundan,

$f(x) = 2.\ln(6x+2).(\ln(6x+2))'$

$$f'(x)=2.\ln(6x+2)\cdot\frac{6}{6x+2} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(1)=2.\ln 8\cdot\frac{6}{8}=\frac{3}{2}\cdot\ln 2^3=\frac{9}{2}\ln 2$$

Yanıt B

10. $y = \ln(\ln x)$ olduğundan,

$$y'=\frac{(\ln x)'}{\ln x}=\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}=\frac{1}{x.\ln x} \text{ olur.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = \cos(\ln(2x))$ olduğundan,

$$\frac{df(x)}{dx}=f'(x)=-\sin(\ln(2x)).(\ln 2x)'$$

$$=-\sin(\ln(2x))\cdot\frac{2}{2x}$$

$$=-\frac{1}{x}\cdot\sin(\ln(2x)) \text{ olur.}$$

Yanıt D

12. $f(x) = \log_4(\cos(x^3))$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(\cos(x^3))'}{\cos(x^3)}\cdot\log_4 e$$

$$=\frac{-\sin(x^3).3x^2}{\cos(x^3)}\cdot\log_4 e$$

$$=-3x^2.\tan(x^3).\log_4 e \text{ olur.}$$

Yanıt A

13. $f(x) = \sin(\ln(2x))$ olduğundan,

$$f'(x)=\cos(\ln(2x)).(\ln(2x))'$$

$$=\cos(\ln(2x))\cdot\frac{2}{2x}$$

$$=\frac{\cos(\ln(2x))}{x} \text{ olur.}$$

Yanıt E

14. $f(x) = \ln(\text{arccot}(3x))$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(\text{arccot}(3x))'}{\text{arccot}(3x)}=\frac{-\frac{3}{1+(3x)^2}}{\text{arccot}(3x)}$$

$$=-\frac{3}{(1+9x^2).\text{arccot}(3x)}$$

Yanıt B

15. $f(x)=\ln\left[\frac{(x^3+4x)(x^2-6x)}{(4x+1)}\right]$

$=\ln(x^3+4x)+\ln(x^2-6x)-\ln(4x+1)$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(x^3+4x)'}{x^3+4x}+\frac{(x^2-6x)'}{x^2-6x}-\frac{(4x+1)'}{4x+1}$$

$$=\frac{3x^2+4}{x^3+4x}+\frac{2x-6}{x^2-6x}-\frac{4}{4x+1} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(1)=\frac{7}{5}+\frac{4}{5}-\frac{4}{5}=\frac{7}{5} \text{ dir.}$$

Yanıt D

16. $f(x)=\arctan(\ln\frac{x}{2})$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(\ln\frac{x}{2})'}{1+(\ln\frac{x}{2})^2}=\frac{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{x}{2}}}{1+(\ln\frac{x}{2})^2}=\frac{1}{x.(1+(\ln\frac{x}{2})^2)} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(2e)=\frac{1}{2e.(1+1)}=\frac{1}{4e} \text{ dir.}$$

Yanıt E

17. $g(x) = \ln(f(x))$ olduğundan,

$g'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}$ dir. $f(x)=\text{arccot}x$ olduğundan,

$$g'(x)=\frac{(\text{arccot}x)'}{\text{arccot}x}=\frac{-\frac{1}{1+x^2}}{\text{arccot}x} \text{ olur.}$$

$x=1$ için $g'(1)=\frac{-\frac{1}{2}}{\text{arccot}1}=-\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{4}}=-\frac{2}{\pi}$ dir.

Yanıt C

18. $f(x)=\sin(\log 5x)$

$\Rightarrow f'(x)=\cos(\log 5x)\cdot(\log 5x)'$

$=\cos(\log 5x).\frac{5}{5x}\cdot\log e$

O halde, $f'(\frac{1}{5})=\cos(\log 1)\cdot\frac{1}{\frac{1}{5}}\cdot\log e$

$=(\cos 0).5\cdot\frac{1}{\ln 10}=\frac{5}{\ln 10}$ olur.

$$g(x)=\log(\tan 2x)\Rightarrow g'(x)=\frac{(\tan 2x)'}{\tan 2x}.\log e=\frac{\frac{2}{\cos^2 2x}}{\tan 2x}.\log e$$

$$g'\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\frac{2}{\cos^2\frac{\pi}{4}}}{\tan\frac{\pi}{4}}.\log e=\frac{2.2}{1}\cdot\frac{1}{\ln 10}=\frac{4}{\ln 10} \text{ olur.}$$

$$f'(\tfrac{1}{5})-g'(\tfrac{\pi}{8})=\frac{5}{\ln 10}-\frac{4}{\ln 10}=\frac{1}{\ln 10} \text{ dur.}$$

Yanıt E

19. $f(x)=\log_3[4+\log_3(x^2-3)]$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(4+\log_3(x^2-3))'}{4+\log_3(x^2-3)}\cdot\log_3 e$$

$$=\frac{\frac{2x}{x^2-3}\cdot\log_3 e}{4+\log_3(x^2-3)}\cdot\log_3 e \text{ olur.}$$

$$f'(2)=\frac{4.\log_3 e}{4+\log_3 1}\log_3 e=(\log_3 e)^2 \text{ dir.}$$

Yanıt B

20. $f(x)=\ln(\sin(\ln(x^2)))$ olduğundan,

$$f'(x)=\frac{(\sin(\ln(x^2)))'}{\sin(\ln(x^2))}$$

$$=\frac{\cos(\ln(x^2))\cdot\frac{2x}{x^2}}{\sin(\ln(x^2))} \text{ olur.}$$

O halde, $f'(e)=\frac{\cos(\ln e^2)\cdot\frac{2}{e}}{\sin(\ln e^2)}$

$$=\frac{\cos 2\cdot\frac{2}{e}}{\sin 2}=\frac{2}{e}\cot 2 \text{ dir.}$$

Yanıt B

TEST 7 — ÜSTEL FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x) = x^2 + 3^x$ fonksiyonuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) ln2 C) ln3 D) ln5 E) ln7

2. $f(x) = e^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{\cos x}$ B) $e^{\cos x} + \sin x$
C) $e^{\cos x} - \sin x$ D) $\sin x . e^{\cos x}$
E) $-\sin x . e^{\cos x}$

3. $f(x) = e^{2x} - 5^x$ olduğuna göre, $f'(0)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 – ln5 B) 2+ln5
C) 1 – ln5 D) 1+ln5
E) 5 – ln5

4. $y = 3^{(e^x)} + x^3$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{(e^x)} + e^x . 3x^2$ B) $3^{(e^x)} . \ln 3 + 3x^2$
C) $3^{(e^x)} . e^x + 3x^2$ D) $3^{(e^x)} . \ln 3 + 3x$
E) $3^{(e^x)} . e^x . \ln 3 + 3x^2$

5. $y = 3^{\cos x} + 2^{\sin x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{\cos x} . \sin x . \ln 3 + 2^{\sin x} . \cos x . \ln 2$
B) $-3^{\cos x} . \sin x . \ln 3 + 2^{\sin x} . \cos x . \ln 2$
C) $3^{\cos x} . \sin x . \ln 3 - 2^{\sin x} . \cos x . \ln 2$
D) $-3^{\cos x} . \sin x . \ln 3 - 2^{\sin x} . \cos x . \ln 2$
E) $3^{\cos x} . \cos x . \ln 3 + 2^{\sin x} . \sin x . \ln 2$

6. $f(x) = \left(e^{-x^2-2x}\right)\left(3x^2 - 1\right)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $f(x) = 3^{-x} . (-5x + 1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) –3 – ln3 B) –4 – ln3
C) –5 – ln3 D) –6 – ln3
E) –9 – ln3

8. $\frac{d}{dx}\left[\left(x^3 - 2x + 1\right)\left(e^{2x}\right)\right]$ ifadesinin x = 1 apsisli noktadaki değeri kaçtır?

A) e^{10} B) e^4 C) e^3 D) e^2 E) e

9. $f(x) = 3^x + 2^x$ olduğuna göre, $f''(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln 3 . 2^x + \ln 2 . 3^x$
B) $9^x . \ln 3 + 4^x . \ln 2$
C) $(\ln 3)^2 . 3^x + (\ln 2)^2 . 2^x$
D) $(\ln 3) . 3^x + (\ln 2) . 2^x$
E) $(\ln 3)^2 . 9x + (\ln 2)^2 . 4^x$

10. $f(x) = 5^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) f(x) B) $f^2(x)$ C) $\frac{1}{f(x)}$
D) f(x). ln5 E) $\frac{f(x)}{\ln 5}$

11. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere, $f(x) = e^x \sin x + e^x \cos x$ fonksiyonu için $f'(x) = \sqrt{3}\, e^x$ olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
D) $\varnothing$ E) $\left\{\frac{7\pi}{6}\right\}$

12. $f(x) = e^{x^2-1}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2e^{x^2-1}$ B) e^{x^2-1} C) $2x.e^{x^2-1}$
D) $2.e^{x^2}$ E) $(2x-1).e^{x^2-1}$

13. $y = 7^{x^2-3x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2x-3).7^{x^2-3x}.\ln 7$ B) $7^{x^2-3x}.\ln 7$
C) $2x.7^{x^2-3x}.\ln 7$ D) $(x^2-3x).7^{x^2-3x}.\ln 7$
E) $(3-2x).7^{x^2-3x}.\ln 7$

14. $f(x) = 3^{x^2-4} + \log_3\left(3x^2 + 1\right) + \cos\left(e^x\right) + e^{\cos x}$

fonksiyonuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) sin1 B) e.sin1 C) –sin1
D) e.cos1 E) –e

15. $f(x) = (\tan x)^{\cot x}$ fonksiyonuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) –1 D) 2 E) –2

16. $e^x.y - x.e^y = 2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in A(0, 0) noktasındaki değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

17. $f(x) = \arcsin(5x + e^x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5-e^x}{1-(5x+e^x)^2}$ B) $\frac{5+e^x}{\sqrt{1-\left(5x+e^x\right)^2}}$

C) $\frac{5+e^x}{\sqrt{1+\left(5x+e^x\right)^2}}$ D) $-\frac{5+e^x}{\sqrt{1-\left(5x+e^x\right)^2}}$

E) $\frac{-(5+e^x)}{\sqrt{1+\left(5x+e^x\right)^2}}$

18. $g(x) = 3^{(x^3)}$ ve $(f \circ g)(x) = x^3 + \ln x^6$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?

A) ln3 B) $\log_2 e$ C) 1
D) ln2 E) $\log_3 e$

19. $f(x) = 3^{\ln(\ln x)} + (\ln x)^3$ olduğuna göre, $f'(e)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{e}\cdot(\ln 3 + 1)$ B) $\frac{1}{e}.\left(\ln 3 + 3\right)$
C) $\frac{1}{e}.\left(\ln 3 + 2\right)$ D) $\frac{\ln 3}{e}$
E) $\frac{1}{e}.\left(\ln 3e\right)$

20. $f(x) = 3^x$ ve $n \in N^+$ olmak üzere, $(n . f^n)(x)$ fonksiyonunun n. türevi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $n^{n+1} . (\ln 3)^{n+1} . 3^{xn}$
B) $(n+1)! \, (\ln 3)^{n+1} . 3^{xn}$
C) $n!(\ln 3)^n . 3^{xn}$
D) $n^n . (\ln 3)^n . 3^{xn}$
E) $n^{(n+1)} . (\ln 3)^n . 3^{xn}$

TEST 7'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = x^2 + 3^x$ olduğundan
$f'(x) = 2x + 3^x.\ln 3$ olur.
$f'(0) = 2.0 + 3^0.\ln 3$
$f'(0) = \ln 3$ bulunur.

Yanıt C

2. $f(x) = e^{\cos x}$ olduğundan
$f'(x) = (\cos x)'.e^{\cos x}$
$f'(x) = -\sin x.e^{\cos x}$ bulunur.

Yanıt E

3. $f(x) = e^{2x} - 5^x$ olduğundan
$f'(x) = (2x)'.e^{2x} - 5^x.\ln 5$
$f'(x) = 2.e^{2x} - 5^x.\ln 5$
$f'(0) = 2.e^{2.0} - 5^0.\ln 5$
$f'(0) = 2 - \ln 5$ bulunur.

Yanıt A

4. $y = 3^{(e^x)} + x^3$ olduğundan
$y' = (e^x)'.3^{(e^x)}.\ln 3 + 3x^2$
$y' = e^x.3^{(e^x)}.\ln 3 + 3x^2$ bulunur.

Yanıt E

5. $y = 3^{\cos x} + 2^{\sin x}$

$$\frac{dy}{dx} = (\cos x)'.3^{\cos x}.\ln 3 + (\sin x)'.2^{\sin x}.\ln 2$$

$$\frac{dy}{dx} = -\sin x.3^{\cos x}.\ln 3 + \cos x.2^{\sin x}.\ln 2$$

$$\frac{dy}{dx} = -3^{\cos x}.\sin x.\ln 3 + 2^{\sin x}.\cos x.\ln 2$$

Yanıt B

6. $f(x) = (e^{-x^2-2x}).(3x^2 - 1)$
Çarpımın türevi uygulanırsa;
$f'(x) = (e^{-x^2-2x})'.(3x^2 - 1) + (e^{-x^2-2x}).(3x^2 - 1)'$
$f'(x) = (-x^2 - 2x)'.e^{-x^2-2x}.(3x^2 - 1) + e^{-x^2-2x}.6x$
$f'(x) = (-2x - 2).e^{-x^2-2x}.(3x^2 - 1) + e^{-x^2-2x}.6x$
$f'(0) = (-2.0-2).e^{-0^2-2.0}.(3.0^2 - 1) + e^{-0^2-2.0}.6.0$
$f'(0) = (-2).e^0.(-1) + 0$
$f'(0) = 2$ olur.

Yanıt C

7. $f(x) = 3^{-x}.(-5x + 1)$
Çarpımın türevi uygulanırsa;
$f'(x) = (3^{-x})'.(-5x + 1) + 3^{-x}.(-5x + 1)'$
$f'(x) = -3^{-x}.\ln 3.(-5x + 1) + 3^{-x}.(-5)$
$f'(0) = -3^0.\ln 3.(-5.0+1) + 3^0.(-5)$
$f'(0) = -5 - \ln 3$ bulunur.

Yanıt C

8. Çarpımın türevi uygulanırsa;

$$\frac{d}{dx}[(x^3 - 2x + 1).(e^{2x})]$$

$$= (x^3 - 2x + 1)'.e^{2x} + (x^3 - 2x + 1).(e^{2x})'$$

$$= (3x^2 - 2).e^{2x} + (x^3 - 2x + 1).2e^{2x}$$

$x = 1$ için,

$$= (3.1^2 - 2).e^{2.1} + (1^3 - 2.1 + 1).2.e^{2.1}$$

$= e^2$ bulunur.

Yanıt D

9. $f(x) = 3^x + 2^x$ olduğundan,
$f'(x) = 3^x.\ln 3 + 2^x.\ln 2$
$f''(x) = 3^x.\ln 3.\ln 3 + 2^x.\ln 2.\ln 2$
$f''(x) = (\ln 3)^2.3^x + (\ln 2)^2.2^x$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = 5^x$ olduğundan,
$f'(x) = 5^x.\ln 5$ tir.
5^x yerine $f(x)$ yazılırsa,
$f'(x) = f(x).\ln 5$ olur.

Yanıt D

11. $f(x) = e^x.\sin x + e^x.\cos x$
$f(x) = e^x.(\sin x + \cos x)$ olur.
Çarpımın türevi uygulanırsa,
$f'(x) = (e^x)'(\sin x + \cos x) + e^x(\sin x + \cos x)'$
$f'(x) = e^x(\sin x + \cos x) + e^x(\cos x - \sin x)$
$f'(x) = e^x\sin x + e^x\cos x + e^x\cos x - e^x.\sin x$
$f'(x) = 2e^x.\cos x$ ve $f'(x) = \sqrt{3}.e^x$ ise,
$2e^x.\cos x = \sqrt{3}.e^x$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

$x \in [0, 2\pi]$ ise, $x = \frac{\pi}{6}$ veya $x = \frac{11\pi}{6}$

Ç.K $= \{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$ bulunur.

Yanıt C

12. $f(x) = e^{x^2-1}$ olduğundan,
$f'(x) = (x^2 - 1)'.e^{x^2-1}$
$f'(x) = 2x.e^{x^2-1}$ olur.

Yanıt C

13. $y = 7^{x^2-3x}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 - 3x)'.7^{x^2-3x}.\ln 7$$

$$\frac{dy}{dx} = (2x - 3).7^{x^2-3x}.\ln 7 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

14. $f(x) = 3^{(x^2-4)} + \log_3(3x^2 + 1) + \cos(e^x) + e^{\cos x}$ olduğundan

$$f'(x) = (x^2 - 4)'.3^{x^2-4}.\ln 3 + \frac{(3x^2+1)'}{(3x^2+1).\ln 3} + (e^x)'(-\sin e^x) + (\cos x)'.e^{\cos x}$$

$$f'(x) = 2x.3^{x^2-4}.\ln 3 + \frac{6x}{(3x^2+1).\ln 3} - e^x.\sin e^x - \sin x.e^{\cos x}$$

$$f'(0) = 2.0.3^{0^2-4}.\ln 3 + \frac{6.0}{(3.0^2+1).\ln 3} - e^0.\sin e^0 - \sin 0.e^{\cos 0}$$

$f'(0) = -\sin 1$ bulunur.

Yanıt C

15. $y = (\tan x)^{\cot x} \Rightarrow \ln y = \ln(\tan x)^{\cot x}$
$\Rightarrow \ln y = \cot x.\ln(\tan x)$
Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cot x)'.\ln(\tan x) + \cot x.(\ln(\tan x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{1}{\sin^2 x}\cdot\ln(\tan x) + \cot x\cdot\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan x}$$

$$\Rightarrow y' = y.\left[-\frac{\ln(\tan x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}\right]$$

$$\Rightarrow y' = (\tan x)^{\cot x}.\frac{1}{\sin^2 x}\cdot[1 - \ln(\tan x)]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\tan\frac{\pi}{4}\right)^{\cot\frac{\pi}{4}}.\frac{1}{\sin^2\frac{\pi}{4}}.\left[1 - \ln\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = 1^1.\frac{1}{\frac{1}{2}}.(1 - \ln 1)$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

16. $\frac{dy}{dx} = -\frac{Fx}{Fy} = -\frac{y.e^x - e^y}{e^x - x.e^y}$ dir. A(0, 0) daki değeri

$$= -\frac{0.e^0 - e^0}{e^0 - 0.e^0} = -\frac{-1}{1} = 1$$

Yanıt E

17. $f(x) = \arcsin(5x + e^x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(5x + e^x)'}{\sqrt{1 - (5x + e^x)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{5 + e^x}{\sqrt{1 - (5x + e^x)^2}} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

18. $g(x) = 3^{x^3}$
$fog(x) = x^3 + \ln x^6$ veriliyor.
$f(g(x)) = x^3 + \ln x^6$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa;

$$f'(g(x)).g'(x) = 3x^2 + \frac{6x^5}{x^6}$$

$$f'(g(x)).(3^{(x^3)})' = 3x^2 + \frac{6}{x}$$

$$f'(g(x)).3x^2.3^{(x^3)}.\ln 3 = 3x^2 + \frac{6}{x}$$

$$f'(g(x)) = \frac{3x^2 + \frac{6}{x}}{3x^2.3^{(x^3)}.\ln 3} \text{ olur.}$$

$g(x) = 3$ için, $3^{x^3} = 3^1 \Rightarrow x = 1$ olmalıdır.

$$f'(g(1)) = \frac{3.1^2 + \frac{6}{1}}{3.1^2.3^{(1^3)}.\ln 3}$$

$$f'(3) = \frac{3+6}{9.\ln 3} = \frac{1}{\ln 3} = \log_3 e \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

19. $f(x) = 3^{\ln(\ln x)} + (\ln x)^3$

$$f'(x) = (\ln(\ln x))'.3^{\ln(\ln x)}.\ln 3 + 3.(\ln x)^2.(\ln x)'$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}.3^{\ln(\ln x)}.\ln 3 + \frac{3.(\ln x)^2}{x}$$

$$f'(e) = \frac{\frac{1}{e}}{\ln e}.3^{\ln(\ln e)}.\ln 3 + \frac{3.(\ln e)^2}{e}$$

$$f'(e) = \frac{\ln 3}{e} + \frac{3}{e} = \frac{1}{e}(\ln 3 + 3) \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

20. $(n.f^n)(x) = n.(3^x)^n = n.3^{x.n}$
$(n.f^n)'(x) = n.(x.n)'.3^{x.n}.\ln 3 = n^2.\ln 3.3^{xn}$
$(n.f^n)''(x) = n^2.\ln 3.n.3^{x.n}.\ln 3 = n^3.(\ln 3)^2.3^{x.n}$
⋮
$(n.f^n)^{(n)}(x) = n^{n+1}.(\ln 3)^n.3^{x.n}$ olur.

Yanıt E

TEST 8

LOGARİTMA FONKSİYONU YARDIMIYLA ALINAN TÜREVLER

1. $f(x) = x^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^x(1 + \ln x)$ B) $x^x + \ln x$ C) $x^x + \frac{1}{x}$
D) $x + \ln x$ E) $x.\ln x$

2. $f(x) = x^x + 3^x$ olduğuna göre, $f'(1)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\ln 3 + 1$ B) $\ln 3 + 1$ C) $2 - 3\ln 3$
D) $1 - 3\ln 3$ E) $3 + 3\ln 3$

3. $f(x) = x^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^{\ln x}.\frac{2}{x}.\ln x$ B) $x^{\ln x}.\frac{1}{x}.\ln x$
C) $x^{\ln x}.\ln x$ D) $x^{\ln x}.(1+\ln x)$
E) $x^{(1+\ln x)}.\ln x$

4. $f(x) = (\sin x)^x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 0

5. $g(x) = 3\ln x^2$ olduğuna göre, $\frac{d(g(x))}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6}{x}$ B) $\frac{3}{x}$ C) $\frac{2}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) $2x$

6. $f(x) = (\ln x)^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{2}{e}$ C) $\frac{3}{e}$ D) $\frac{4}{e}$ E) $\frac{5}{e}$

7. $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) 0 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $f(x) = (\cos x)^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\cos x)^{\ln x}\left(\frac{1}{x}\ln(\sin x) - \ln(\tan x)\right)$

B) $(\cos x)^{\ln x}\left(\frac{1}{x}\ln(\sin x) - \ln\frac{x}{\cos x}\right)$

C) $(\cos x)^{\ln x}\left(\frac{1}{x}\ln(\cos x) + \ln\frac{x}{\cos x}\right)$

D) $(\cos x)^{\ln x}\left(\frac{1}{x}\ln(\cos x) - \tan x.\ln x\right)$

E) $(\cos x)^{\ln x}\left(\frac{1}{x}\ln(\sin x) + (\ln x)\frac{1}{\cos x}\right)$

9. $f(x) = (\ln x)^{x^3}$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) e^2 C) e^3 D) 2^e E) e^6

10. $f(x) = x^{\left(3^x\right)}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $f(x) = (x^3)^{\arctan x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3.x^{\arctan x}.\left(\frac{1}{1+x^2}.\ln x + \frac{1}{x}\right)$

B) $\frac{1}{1+x^2}.\ln x^3 + \frac{3\arctan x}{x}$

C) $3(x^3)^{\arctan x}\left(\frac{1}{1+x^2}.\ln x + \frac{1}{x}.\arctan x\right)$

D) $3.x^{\arctan x}\left(\frac{1}{1+x^2}\ln x + \frac{1}{x}.\arctan x\right)$

E) $(x^3)^{\arctan x}.\left(\frac{1}{1+x^2}.\ln x + \frac{1}{x}\arctan x\right)$

12. $f(x) = x^{2\cot\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 0

13. $f(x) = (\tan x)^{x^2}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi^2}{16}$ B) $\frac{\pi^2}{8}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi^2}{2}$

14. $f(x) = 3^{\ln\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(e^2)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}.\frac{\ln 3}{e^2}$ B) $\frac{2}{3}.\frac{\ln 2}{e^2}$ C) $\frac{3}{2}.\frac{\ln 2}{e^2}$
D) $\frac{1}{3}.\frac{\ln 3}{e}$ E) $\frac{1}{3}.\frac{\ln 2}{e^2}$

15. $f(x) = (\sin x)^{\cos^2 x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $f(x) = x^x + e^{\ln\left(x^3\right)}$ fonksiyonunun birinci türevinin $x = 1$ apsisli noktadaki değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

17. $f(x) = (1 + x)^x$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $9\ln 3 + 6$ B) $3\ln 3$ C) $\ln 3 + \frac{2}{3}$
D) $6\ln 3 + 3$ E) $2\ln 3 + 6$

18. $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ değeri kaçtır?

A) $e^2 + e$
B) $2e^2$ C) $2e + e^2$
D) $-2e^{2+e}$ E) $2e + \frac{1}{e}$

19. $f(x) = g^{(\cot x+1)}$ ve $g(x) = 3^{\operatorname{cosec} x}$ olduğuna göre,

$\frac{f'\left(\frac{\pi}{4}\right)}{g'\left(\frac{\pi}{6}\right)}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{18}$

20. $y = e^{mx}$ fonksiyonu $\frac{d^2y}{dx^2} + 2.\frac{dy}{dx} - 15y = 0$ olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) 15 B) 12 C) $\frac{3}{5}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) -15

TEST 8'İN ÇÖZÜMLERİ

1. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = x^x \Rightarrow \ln y = \ln x^x$

$\Rightarrow \ln y = x.\ln x$

Her iki tarafın türevi alınırsa,

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x)'.\ln x + x.(\ln x)'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln x + x\cdot\frac{1}{x}$

$\Rightarrow y' = y.(\ln x + 1)$

$\Rightarrow y' = x^x.(\ln x + 1)$ olur. **Yanıt A**

2. $f(x) = x^x + 3^x \Rightarrow f'(x) = (x^x)' + (3^x)'$

(1. sorunun çözümünden) $\Rightarrow f'(x) = x^x.(\ln x + 1) + 3^x.\ln 3$

$f'(1) = 1^1.(\ln 1 + 1) + 3^1.\ln 3$

$f'(1) = 3\ln 3 + 1$ olur. **Yanıt A**

3. Her iki tarafın ln i alınırsa,

$y = x^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{\ln x} = \ln x.\ln x$

$\Rightarrow \ln y = (\ln x)^2$ Her iki tarafın türevi alınırsa

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2.\ln x.(\ln x)'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2.\ln x\cdot\frac{1}{x}$

$\Rightarrow y' = y.(\frac{2\ln x}{x})$

$\Rightarrow y' = x^{\ln x}.\frac{2}{x}.\ln x$ olur. **Yanıt A**

4. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (\sin x)^x \Rightarrow \ln y = \ln(\sin x)^x$

$\Rightarrow \ln y = x.\ln(\sin x)$ Her iki tarafın türevi alınırsa

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln(\sin x) + x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

$\Rightarrow y' = y.(\ln(\sin x) + x.\cot x)$

$\Rightarrow f'(x) = (\sin x)^x.[\ln(\sin x) + x.\cot x]$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = (\sin\frac{\pi}{2})^{\pi/2}.[\ln(\sin\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2}\cdot\cot\frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 1.(\ln 1 + \frac{\pi}{2}\cdot 0)$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 0$ olur. **Yanıt E**

5. $g(x) = 3\ln x^2 = 6\ln x$ olduğundan,

$\frac{d[g(x)]}{dx} = g'(x) = 6\cdot\frac{1}{x} = \frac{6}{x}$ olur. **Yanıt A**

6. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (\ln x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln(\ln x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x.\ln(\ln x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln x)'.\ln(\ln x) + \ln x.(\ln(\ln x))'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x}\cdot\ln(\ln x) + \ln x\cdot\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}$

$\Rightarrow y' = y\cdot\frac{1}{x}(\ln(\ln x) + 1)$

$\Rightarrow y' = (\ln x)^{\ln x}\cdot\frac{1}{x}\cdot[\ln(\ln x) + 1]$

$\Rightarrow f'(e) = (\ln e)^{\ln e}\cdot\frac{1}{e}\cdot(\ln(\ln e) + 1)$

$\Rightarrow f'(e) = 1^1\cdot\frac{1}{e}\cdot(\ln 1 + 1)$

$\Rightarrow f'(e) = \frac{1}{e}$ **Yanıt A**

7. Her iki tarafın ln i alınırsa

$y = (\sin x)^{\cos x} \quad \Rightarrow \ln y = \ln(\sin x)^{\cos x}$

$\Rightarrow \ln y = \cos x.\ln(\sin x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa,

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cos x)'.\ln(\sin x) + \cos x.(\ln \sin x)'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\sin x.\ln(\sin x) + \cos x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

$\Rightarrow y' = (\sin x)^{\cos x}.(-\sin x.\ln(\sin x) + \frac{\cos^2 x}{\sin x})$

$f'(\frac{\pi}{2}) = (\sin\frac{\pi}{2})^{\cos\frac{\pi}{2}}.(-\sin\frac{\pi}{2}\cdot\ln(\sin\frac{\pi}{2}) + \frac{\cos^2\frac{\pi}{2}}{\sin\frac{\pi}{2}})$

$f'(\frac{\pi}{2}) = 1^0.(-1.\ln 1 + \frac{0}{1})$

$f'(\frac{\pi}{2}) = 0$ olur. **Yanıt B**

8. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (\cos x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln(\cos x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x.\ln(\cos x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln x)'.\ln(\cos x) + \ln x.(\ln\cos x)'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x}.\ln(\cos x) + \ln x\cdot\frac{(-\sin x)}{\cos x}$

$\Rightarrow y' = y.\left(\frac{\ln(\cos x)}{x} - \tan x.\ln x\right)$

$\Rightarrow y' = (\cos x)^{\ln x}.\left(\frac{1}{x}.\ln(\cos x) - \tan x.\ln x\right)$ olur. **Yanıt D**

9. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (\ln x)^{x^3} \Rightarrow \ln y = \ln(\ln x)^{x^3} \Rightarrow \ln y = x^3.\ln(\ln x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x^3)'.\ln(\ln x) + (x^3).(\ln(\ln x))'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 3x^2.\ln(\ln x) + x^3.\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}$

$\Rightarrow y' = y.[3x^2.\ln(\ln x) + \frac{x^2}{\ln x}]$

$\Rightarrow y' = (\ln x)^{(x^3)}.[3x^2.\ln(\ln x) + \frac{x^2}{\ln x}]$

$\Rightarrow f'(e) = (\ln e)^{(e^3)}.[3.e^2.\ln(\ln e) + \frac{e^2}{\ln e}]$

$\Rightarrow f'(e) = 1.(3e^2.\ln 1 + e^2)$

$\Rightarrow f'(e) = 3.e^2.0 + e^2 = e^2$ olur. **Yanıt B**

10. Her iki tarafın ln i alınırsa; $y = x^{(3^x)} \Rightarrow \ln y = \ln(x^{(3^x)})$

$\ln y = 3^x \ln x$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (3^x)'.\ln x + 3^x.(\ln x)'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 3^x.\ln 3.\ln x + 3^x.\frac{1}{x}$

$\Rightarrow y' = y.(3^x.\ln 3.\ln x + 3^x.\frac{1}{x})$

$\Rightarrow y' = x^{(3^x)}.3^x(\ln 3.\ln x + \frac{1}{x})$

$\Rightarrow f'(1) = 1.3.(\ln 3.0 + \frac{1}{1}) \Rightarrow f'(1) = 3$ olur. **Yanıt D**

11. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = x^{3.\arctan x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{3.\arctan x} \Rightarrow \ln y = 3.\arctan x.\ln x$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\frac{y'}{y} = 3.[(\arctan x)'.\ln x + \arctan x.(\ln x)']$

$\frac{y'}{y} = 3.[\frac{1}{1+x^2}\cdot\ln x + (\arctan x)\cdot\frac{1}{x}]$

$y' = y.3.(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{\arctan x}{x})$

$y' = 3.(x^3)^{\arctan x}.(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{1}{x}.\arctan x)$ olur. **Yanıt C**

12. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = x^{2\cot\frac{\pi x}{4}} \Rightarrow \ln y = \ln x^{2\cot\frac{\pi x}{4}}$

$\Rightarrow \ln y = 2.\cot\frac{\pi x}{4}\cdot\ln x$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2.(\cot\frac{\pi x}{4})'.\ln x + 2.\cot\frac{\pi x}{4}\cdot(\ln x)'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2\cdot\frac{\pi}{4}(-\frac{1}{\sin^2\frac{\pi x}{4}})\cdot\ln x + 2\cot\frac{\pi x}{4}\cdot\frac{1}{x}$

$\Rightarrow y' = x^{2\cot\frac{\pi x}{4}}.\left(-2.\frac{\pi}{4}.\frac{1}{\sin^2\frac{\pi x}{4}}.\ln x + 2\cot\frac{\pi x}{4}.\frac{1}{x}\right)$

$\Rightarrow f'(1) = 1.(-2\frac{\pi}{4}.\frac{1}{\frac{1}{2}}\cdot\ln 1 + 2.1\cdot\frac{1}{1}) \Rightarrow f'(1) = 2$ olur. **Yanıt D**

13. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (\tan x)^{x^2} \Rightarrow \ln y = \ln(\tan x)^{x^2} \Rightarrow \ln y = x^2.\ln(\tan x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\frac{y'}{y} = (x^2)'.\ln(\tan x) + x^2.[\ln(\tan x)]'$

$\frac{y'}{y} = 2x.\ln(\tan x) + x^2.\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan x}$

$y' = y.[2x.\ln(\tan x) + \frac{x^2}{\cos^2 x.\tan x}]$

$y' = (\tan x)^{x^2}.[2x.\ln(\tan x) + \frac{x^2}{\cos x.\sin x}]$

$f'(\frac{\pi}{4}) = (\tan\frac{\pi}{4})^{(\frac{\pi}{4})^2}.[2\cdot\frac{\pi}{4}\ln(\tan\frac{\pi}{4}) + \frac{(\frac{\pi}{4})^2}{\cos\frac{\pi}{4}\cdot\sin\frac{\pi}{4}}]$

$f'(\frac{\pi}{4}) = 1.(2\cdot\frac{\pi}{4}\cdot\ln 1 + \frac{\frac{\pi^2}{16}}{\frac{1}{2}})$

$f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi^2}{8}$ olur. **Yanıt B**

14. $f(x) = 3^{\ln\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = (\ln\sqrt{x})'.3^{\ln\sqrt{x}}.\ln 3$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\cdot 3^{\ln\sqrt{x}}.\ln 3$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2x}\cdot 3^{\ln\sqrt{x}}.\ln 3$

$\Rightarrow f'(e^2) = \frac{1}{2e^2}\cdot 3^{\ln\sqrt{e^2}}.\ln 3$

$\Rightarrow f'(e^2) = \frac{1}{2e^2}\cdot 3.\ln 3 = \frac{3}{2}.\frac{\ln 3}{e^2}$ olur. **Yanıt A**

15. Her iki tarafın ln i alınırsa

$y = (\sin x)^{\cos^2 x} \Rightarrow \ln y = \ln(\sin x)^{\cos^2 x} \Rightarrow \ln y = \cos^2 x.\ln(\sin x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cos^2 x)'.\ln(\sin x) + \cos^2 x.(\ln(\sin x))'$

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -2.\cos x.\sin x.\ln(\sin x) + \cos^2 x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}$

$\Rightarrow y' = y.[-\sin 2x.\ln(\sin x) + \frac{\cos^3 x}{\sin x}]$

$\Rightarrow y' = (\sin x)^{\cos^2 x}[-\sin 2x.\ln(\sin x) + \frac{\cos^3 x}{\sin x}]$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = (\sin\frac{\pi}{2})^{\cos^2\frac{\pi}{2}}.\left[-\sin\left(2.\frac{\pi}{2}\right).\ln\left(\sin.\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\cos^3\frac{\pi}{2}}{\sin\frac{\pi}{2}}\right]$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 1^0.(-0.\ln 1 + \frac{0}{1})$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 0$ olur. **Yanıt C**

16. $e^{\ln(x^3)} = x^3$ ve 1. sorunun çözümünden,

$(x^x)' = x^x.(\ln x + 1)$ dir.

$f(x) = x^x + e^{\ln(x^3)} \Rightarrow f(x) = x^x + x^3$

$\Rightarrow f'(x) = x^x.(\ln x + 1) + 3x^2$ olduğundan,

x = 1 için,

$\Rightarrow f'(1) = 1^1.(\ln 1+1) + 3.1^2$

$\Rightarrow f'(1) = 1.(0 + 1) + 3$

$\Rightarrow f'(1) = 4$ olur.

Yanıt C

17. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (1 + x)^x \quad \Rightarrow \ln y = \ln(1 + x)^x$

$\Rightarrow \ln y = x.\ln(1 + x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \dfrac{y'}{y} = (x)'.\ln(1+x) + x.(\ln(1+x))'$

$\Rightarrow \dfrac{y'}{y} = 1.\ln(1+x) + x \cdot \dfrac{1}{1+x}$

$\Rightarrow y' = y.(\ln(1+x) + \dfrac{x}{1+x})$

$\Rightarrow y' = (1+x)^x.[\ln(1+x) + \dfrac{x}{1+x}]$

$\Rightarrow f'(2) = (1+2)^2.[\ln(1+2) + \dfrac{2}{1+2}]$

$\Rightarrow f'(2) = 3^2.(\ln 3 + \dfrac{2}{3})$

$\Rightarrow f'(2) = 9\ln 3 + 6$ olur.

Yanıt A

18. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$y = (\dfrac{1}{x})^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \ln(\dfrac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$

$\Rightarrow \ln y = \dfrac{1}{x}.\ln\dfrac{1}{x}$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$\Rightarrow \dfrac{y'}{y} = (\dfrac{1}{x})'.\ln\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x} \cdot (\ln\dfrac{1}{x})'$

$\Rightarrow \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{1}{x^2} \cdot \ln x^{-1} + \dfrac{1}{x} \cdot \dfrac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}$

$\Rightarrow y' = y.(\dfrac{\ln x}{x^2} - \dfrac{1}{x^2})$

$\Rightarrow y' = (\dfrac{1}{x})^{\frac{1}{x}}.(\dfrac{\ln x}{x^2} - \dfrac{1}{x^2})$

$\Rightarrow f'(\dfrac{1}{e}) = (\dfrac{1}{\frac{1}{e}})^{\frac{1}{\frac{1}{e}}}.(\dfrac{\ln\frac{1}{e}}{(\frac{1}{e})^2} - \dfrac{1}{(\frac{1}{e})^2})$

$\Rightarrow f'(\dfrac{1}{e}) = e^e.(-e^2 - e^2)$

$\Rightarrow f'(\dfrac{1}{e}) = -2.e^{e+2}$ olur.

Yanıt D

19. $f(x) = 9^{(\cot x+1)} \Rightarrow f'(x) = (\cot x+1)'.9^{\cot x+1}.\ln 9$

$\Rightarrow f'(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x} \cdot 9^{(\cot x+1)}.\ln 9$

$\Rightarrow f'(\dfrac{\pi}{4}) = -\dfrac{1}{\sin^2\frac{\pi}{4}} \cdot 9^{\left(\cot\frac{\pi}{4}+1\right)}.\ln 9$

$\Rightarrow f'(\dfrac{\pi}{4}) = -\dfrac{1}{\frac{1}{2}} \cdot 9^{1+1}.\ln 9$

$\Rightarrow f'(\dfrac{\pi}{4}) = -162.\ln 3^2$ olur.

$\Rightarrow f'(\dfrac{\pi}{4}) = -324.\ln 3$ olur.

$g(x) = 3^{\text{cosec}x} \Rightarrow g'(x) = (\text{cosec}x)'.3^{\text{cosec}x}.\ln 3$

$\Rightarrow g'(x) = -\dfrac{\cos x}{\sin^2 x} \cdot 3^{\text{cosec}x}.\ln 3$

$\Rightarrow g'(\dfrac{\pi}{6}) = -\dfrac{\cos\frac{\pi}{6}}{\sin^2\frac{\pi}{6}} \cdot 3^{\text{cosec}\frac{\pi}{6}} \ln 3$

$\Rightarrow g'(\dfrac{\pi}{6}) = -\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}} \cdot 3^2.\ln 3$

$\Rightarrow g'(\dfrac{\pi}{6}) = -18\sqrt{3}.\ln 3$ olur.

$\dfrac{f'(\frac{\pi}{4})}{g'(\frac{\pi}{6})} = \dfrac{-324.\ln 3}{-18\sqrt{3}.\ln 3} = \dfrac{18.\ln 3}{\sqrt{3}.\ln 3} = \dfrac{18}{\underset{(\sqrt{3})}{\sqrt{3}}}$

$\dfrac{f'(\frac{\pi}{4})}{g'(\frac{\pi}{6})} = 6\sqrt{3}$ olur.

Yanıt B

20. $y = e^{mx} \Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = m.e^{mx}$ ve $\dfrac{d^2y}{dx^2} = m^2.e^{mx}$ dir.

$\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2 \cdot \dfrac{dy}{dx} - 15y = 0$

$\Rightarrow m^2.e^{mx} + 2.m.e^{mx} - 15.e^{mx} = 0$

$\Rightarrow e^{mx}.(m^2 + 2m - 15) = 0$

$\Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$

$\Rightarrow (m+5).(m-3) = 0$

$\Rightarrow m = -5$ veya $m = 3$

m nin alabileceği değerler çarpımı: (–5).3 = –15 olur.

Yanıt E

TEST 9 PARAMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $\left.\begin{array}{l} x = t^2 + 1 \\ y = 3t - 2 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2}{t}$ B) $\dfrac{1}{3t}$ C) $\dfrac{3}{t}$ D) $\dfrac{3}{2t}$ E) $\dfrac{2}{3t}$

2. $x = f(t) = 2t^3 - 3t$, $y = g(t) = t^2 + 5t$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin t = 2 için değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{7}$ B) $\dfrac{3}{7}$ C) $\dfrac{10}{21}$ D) $\dfrac{6}{7}$ E) $\dfrac{5}{14}$

3. $\left.\begin{array}{l} x = 2t - 1 \\ y = t^2 + 2t - 1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) t – 1 B) t + 1 C) t D) –t E) 2t + 2

4. $\left.\begin{array}{l} x = \sqrt[3]{t^2} \\ y = \sqrt{3t + 1} \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin t = 1 için değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{8}$ B) $\dfrac{7}{8}$ C) $\dfrac{8}{9}$ D) $\dfrac{7}{9}$ E) $\dfrac{9}{8}$

5. $\left.\begin{array}{l} x = -\dfrac{t^8}{8} - \dfrac{t^7}{7} \\ y = \dfrac{t^3}{3} - \dfrac{t^2}{2} \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin t = 1 için değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ x = t^2 - 1 \\ t = 2u + 1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{du}$ ifadesinin u = 1 için değeri kaçtır?

A) 64 B) 82 C) 102 D) 164 E) 192

7. $y = x^2 - 3x + 4$, $x = z^3 - z$, $z = 3t + 2$ olmak üzere, $\dfrac{dy}{dt}$ ifadesinin t = –1 için değeri kaçtır?

A) –36 B) –24 C) –18 D) –9 E) –6

8. $\left.\begin{array}{l} u = 2t^2 - 1 \\ t = m^2 - 1 \\ m = n^3 + n - 1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre,

$\dfrac{du}{dn}$ ifadesinin n = 1 için değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\left.\begin{array}{l} x = 3t^2 - 5t - 2 \\ y = t^3 - 2t^2 + 3 \end{array}\right\}$ denklemlerine göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin t = 1 için değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

10. $\left.\begin{array}{l} x = 3y + 2 \\ y = \cos t \\ t = 2z^2 - 8 \end{array}\right\}$ olarak verildiğine göre, $\dfrac{dx}{dz}$ ifadesinin z = 2 için değeri kaçtır?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 24

11. $\left.\begin{array}{l} x=\sin(t^2+1) \\ y=\cos(t^2+1) \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cot(t^2+1)$
B) $\cot(t^2+1)$
C) $-\tan(t^2+1)$
D) $\tan(t^2+1)$
E) $-\cot(t^2+1)\,.\,2t$

12. $\left.\begin{array}{l} x=3\tan t \\ y=-2\cot t \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t=\frac{\pi}{4}$ için değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

13. $x = 3^t + 1$ ve $y = 4^t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 0$ için değeri kaçtır?

A) $\log_3 4$ B) $\log_2 4$ C) ln 4 D) ln 3 E) $\frac{4}{3}$

14. $\left.\begin{array}{l} y=2x \\ x=3^t \\ t=5m \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dm}$ ifadesinin $m = 0$ için değeri kaçtır?

A) 5.ln3
B) 9.ln3
C) 10.ln3
D) 15.ln3
E) 30.ln3

15. $\left.\begin{array}{l} x=4e^t+3e^{2t} \\ y=3e^t-2e^{-2t} \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 0$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 4

16. $\left.\begin{array}{l} x=\ln t-2t \\ y=e^t+5t \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?

A) $-e-1$
B) $-e-2$
C) $-e-3$
D) $-e-4$
E) $-e-5$

17. $\left.\begin{array}{l} x=t^2+2 \\ y=t^3+4t \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin $t = 2$ için değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

18. $\left.\begin{array}{l} x=3t+1 \\ y=2t^2-1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{9}$

19. $\left.\begin{array}{l} x=t+1 \\ y=t^3-t^2 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3t-2$
B) $3t+2$
C) $3t^2-2t$
D) $6t-2$
E) $6t+2$

20. $\left.\begin{array}{l} x=-3t-8 \\ y=t^3-2 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{2t}{3}$ B) $\frac{2t}{3}$ C) $-\frac{t}{3}$ D) $\frac{t}{3}$ E) $\frac{t}{2}$

TEST 9'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = t^2 + 1 \quad , \quad y = 3t - 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(3t-2)'}{(t^2+1)'} = \frac{3}{2t} \text{ olur.}$$

Yanıt D

2. $x = 2t^3 - 3t \quad , \quad y = t^2 + 5t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2+5t)'}{(2t^3-3t)'} = \frac{2t+5}{6t^2-3} \text{ olur.}$$

t = 2 için değeri;

$$\frac{2t+5}{6t^2-3} = \frac{2.2+5}{6.2^2-3} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \text{ dir.}$$

Yanıt B

3. $x = 2t - 1 \quad , \quad y = t^2 + 2t = 1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2+2t-1)'}{(2t-1)'} = \frac{2t+2}{2} = t+1$$

Yanıt B

4. $x = \sqrt[3]{t^2} \quad , \quad y = \sqrt{3t+1}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\left(\sqrt{3t+1}\right)'}{\sqrt[3]{t^2}} = \frac{\frac{3}{2.\sqrt{3t+1}}}{\frac{2}{3}.t^{-\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{4}.\frac{\sqrt[3]{t^2}}{\sqrt{3t+1}} \text{ ise } t = 1 \text{ için}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{4}.\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt{3.1+1}} = \frac{9}{4}.\frac{1}{2} = \frac{9}{8} \text{ dir.}$$

Yanıt E

5. $x = -\frac{t^8}{8} - \frac{t^7}{7} \quad , \quad y = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{3.t^2}{3} - \frac{2t}{2}}{-\frac{8.t^7}{8} - \frac{7.t^6}{7}} = \frac{t^2-t}{-t^7-t^6}$$

$$t = 1 \text{ için } \frac{dy}{dx} = \frac{1^2-1}{-1^7-1^6} = \frac{0}{-2} = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

6. $y = x^2 \;,\; x = t^2 - 1 \;,\; t = 2u + 1$

$$\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dx}.\frac{dx}{dt}.\frac{dt}{du}$$

$= 2x \,.\, 2t \,.\, 2$

$= 8.x \,.\, t$

u = 1 için $t = 2u + 1 = 2 \,.\, 1 + 1 = 3$

$x = t^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8$ olduğundan

u = 1 için $\frac{dy}{du} = 8 \,.\, 8 \,.\, 3 = 192$

Yanıt E

7. $y = x^2 - 3x + 4 \;,\; x = 2^3 - z \;,\; z = 3t + 2$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}.\frac{dx}{dz}.\frac{dz}{dt} = (2x-3)\,.\,(3z^2-1)\,.\,(3)$$

$t = -1$ için $z = 3t + 2 = 3 \,.\, (-1) + 2 = -1$

$x = z^3 - z = (-1)^3 - (-1) = 0$

Yerine yerleştirilirse;

$$\frac{dy}{dt} = (2.0-3)\,.\,(3.(-1)^2-1)\,.\,3$$

$$\frac{dy}{dt} = -18 \text{ olur.}$$

Yanıt C

8. $u = 2t^2 - 1\ ,\ t = m^2 - 1\ ,\ m = n^3 + n - 1$

$$\frac{du}{dn} = \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dm} \cdot \frac{dm}{dn}$$

$$= 4t\ .\ 2m\ .\ (3n^2 + 1)$$

$n = 1$ için $m = 1^3 + 1 - 1 = 1$

$t = m^2 - 1 = 1^2 - 1 = 0$

Yerlerine yerleştirilirse;

$$\frac{du}{dn} = 4\ .\ 0\ .\ 2\ .\ 1\ (3\ .\ 1^2 + 1) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

9. $x = 3t^2 - 5t - 2\ ,\ y = t^3 - 2t^2 + 3$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 4t}{6t - 5}$$

$t = 1$ için

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3\ .\ 1^2 - 4\ .\ 1}{6\ .\ 1 - 5} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt E

10. $x = 3y + 2\ ,\ y = \cos t\ ,\ t = 2z^2 - 8$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} = 3\ .\ (-\sin t)\ .\ 4z$$

$z = 2$ için; $t = 2\ .\ z^2 - 8 = 2\ .\ (2^2) - 8 = 0$

Yerlerine yerleştirilirse;

$$\frac{dx}{dz} = 3\ .\ (-\sin 0)\ .\ 4\ .\ 2 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. $x = \sin(t^2 + 1)\ ,\ y = \cos(t^2 + 1)$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{2t\ .\ \cos(t^2 + 1)}{2t\ .\ (-\sin(t^2 + 1))} = -\cot(t^2 + 1) \text{ olur.}$$

Yanıt A

12. $x = 3\tan t\ ,\ y = -2\cot t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2\ .\left(-\frac{1}{\sin^2 t}\right)}{3\ .\left(\frac{1}{\cos^2 t}\right)} = \frac{2}{3}\ .\ \cot^2 t$$

$$t = \frac{\pi}{4} \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{2}{3}\ .\ \cot^2 \frac{\pi}{4} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

13. $x = 3^t + 1\ ,\ y = 4^t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4^t\ .\ \ln 4}{3^t\ .\ \ln 3} = \left(\frac{4}{3}\right)^t .\ \log_3 4$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \left(\frac{4}{3}\right)^0 .\ \log_3 4 = \log_3 4$$

Yanıt A

14. $y = 2x\ ,\ x = 3^t\ ,\ t = 5m$

$$\frac{dy}{dm} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{dm}$$

$$= 2\ .\ 3^t\ .\ \ln 3\ .\ 5 = 10\ .\ 3^t\ .\ \ln 3$$

$m = 0$ için; $t = 0\ ,\ x = 1\ ,\ y = 2$ bulunur.

$$\frac{dy}{dm} = 10\ .\ 3^0\ .\ \ln 3 = 10\ .\ \ln 3 \text{ olur.}$$

Yanıt C

15. $x = 4e^t + 3e^{2t}\ ,\ y = 3e^t - 2e^{-2t}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3e^t - 2\ .\ (-2)\ .\ e^{-2t}}{4e^t + 3\ .\ 2\ .\ e^{2t}} = \frac{3e^t + 4e^{-2t}}{4e^t + 6e^{2t}}$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{3\ .\ e^0 + 4\ .\ e^{-2.0}}{4\ .\ e^0 + 6\ .\ e^{2.0}} = \frac{3 + 4}{4 + 6} = \frac{7}{10} \text{ olur.}$$

Yanıt B

16. $x = \ln t - 2t\ ,\ y = e^t + 5t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t + 5}{\frac{1}{t} - 2}$$

$$t = 1 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{e + 5}{\frac{1}{1} - 2} = -e - 5 \text{ olur.}$$

Yanıt E

17. $x = t^2 + 2\ ,\ y = t^3 + 4t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 + 4}{2t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{3t^2 + 4}{2t}\right)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{3t^2 + 4}{2t}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{6t\ .\ 2t - 2\ .\ (3t^2 + 4)}{(2t)^2}}{2t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t^2 - 8}{8t^3}$$

$$t = 2 \text{ için; } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6\ .\ 2^2 - 8}{8\ .\ 2^3} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt D

18. $x = 3t + 1\ ,\ y = 2t^2 - 1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4t}{3}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{4t}{3}\right)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{4t}{3}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{4}{3}}{3} = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

Yanıt D

19. $x = t + 1\ ,\ y = t^3 - t^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 2t}{1} = 3t^2 - 2t$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}(3t^2 - 2t)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt}(3t^2 - 2t)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t - 2}{1} = 6t - 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

20. $x = -3t - 8\ ,\ y = t^3 - 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dx}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2}{-3} = -t^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{dx}{dx}(-t^2) = \frac{\frac{d}{dt}(-t^2)}{\frac{dx}{dt}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2t}{-3} = \frac{2}{3}t \text{ olur.}$$

Yanıt B

TEST 10 KAPALI ve TERS FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $x^3y + xy^3 + 5x - 3y + 5 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti şağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3x^2+y^3+5}{x^3+3y^2-3}$ B) $\frac{3x^2y+x+5}{3x^2y+y^3-3}$

C) $\frac{3x^2y+y^3+5}{3-x^3-3xy^2}$ D) $-\frac{x^3+3xy^2-3}{3x^2y+y^3+5}$

E) $-\frac{3x^2y+y^3-5}{3x^2y+x^3-3}$

2. $x^2 + y^2 - 5 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(1, 2) noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

3. $x^3 - 3y^2 + 2xy + 5y - 5 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) –10 B) –5 C) 0 D) 2 E) 7

4. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - xy - 7 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(–1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. x.siny + y.cosx = 0 olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{y\sin x-\sin y}{x\cos y+\cos x}$ B) $\frac{y\sin x+\sin y}{x\cos y+\cos x}$

C) $\frac{y\sin x-\sin y}{x\cos y-\cos x}$ D) $\frac{y\sin x+\sin y}{y\cos x+\cos y}$

E) $\frac{y\sin x+\sin y}{x\cos y-\cos x}$

6. $-x^2y - y^2x - xy + 5x - y + 5 = 0$ eğrisi için $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(–1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) –1 D) –3 E) –5

7. $\cos^2y = \sin(x - y)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y)-2\sin 2y}$ B) $\frac{\cos(x-y)}{2\sin y+\cos(x-y)}$

C) $\frac{\cos(x-y)}{2\sin y}$ D) $\frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y)-\sin 2y}$

E) $\frac{\cos(x-y)}{-2\sin y}$

8. $x^y - y^x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

9. $3x^2 - 5y^3 + 2ax - 5y + 10 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(0, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{a}{5}$ C) $\frac{5}{a}$ D) $\frac{a}{10}$ E) 1

10. $x^2 - y^2 - x + y = 4$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x}{2y-1}$ B) $\frac{x+1}{y+1}$ C) $\frac{2x-1}{2y-1}$ D) $\frac{2y-1}{1-2x}$ E) $\frac{2y+1}{2x+1}$

11. $f(x) = 3x - 7$ ile tanımlıdır. $f^{-1}(x) = g(x)$ olduğuna göre, $g'(2)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

12. $f : R \to R$, $f(2x + 5) = 4x - 9$ olduğuna göre, $(f^{-1})(x)$ in x = 5 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) –1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

13. $f: R-\left\{\frac{5}{2}\right\} \to R-\left\{\frac{3}{2}\right\}$ de tanımlı,

$f(x)=\frac{3x-3}{2x-5}$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(3)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

14. $f: R^+ \to (-16, +\infty)$ da tanımlı, $f(x) = x^2 - 16$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(9)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

15. $f:\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \to (0, 1)$ tanımlı

$f(x) = \cos 2x$ olduğuna göre, $(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. $f : R \to R$, $f(x) = x^3 - 2$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(6)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

17. $f(x) = 3x^2 + 7x - 3$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(3)$ ün pozitif değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{11}$

18. $f(x) = x^5 - 29$ fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun x = 3 apsisli noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{40}$ E) $\frac{1}{80}$

19. $f(x) = x^3 - 25$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) $\frac{1}{21}$ B) $\frac{1}{27}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{81}$

20. $f: (2, \infty) \to R^+$

$f(x)=\sqrt{x^2-4}$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

TEST 10'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $x^3y + xy^3 + 5x - 3y + 5 = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2y + y^3 + 5}{x^3 + 3xy^2 - 3} = \frac{3x^2y + y^3 + 5}{3 - x^3 - 3xy^2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $x^2 + y^2 - 5 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x}{2y} = -\frac{x}{y} \text{ olur.}$$

(1,2) için $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$ dir.

Yanıt A

3. $x^3 - 3y^2 + 2xy + 5y - 5 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2 + 2y}{-6y + 2x + 5} \text{ olur.}$$

$\left.\begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix}\right\}$ ise, $-\frac{3+2}{-6+2+5} = -5$ tir.

Yanıt B

4. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - xy - 7 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x - 2 - y}{2y + 2 - x} \text{ olur.}$$

$\left.\begin{matrix} x=-1 \\ y=1 \end{matrix}\right\}$ ise, $-\frac{-2-2-1}{2+2+1} = -\frac{-5}{5} = 1$ dir.

Yanıt D

5. $x.\sin y + y.\cos x = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{\sin y - y.\sin x}{x.\cos y + \cos x} = \frac{y.\sin x - \sin y}{x.\cos y + \cos x} \text{ olur.}$$

Yanıt A

6. $-x^2y - y^2x - xy + 5x - y + 5 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{-2xy - y^2 - y + 5}{-x^2 - 2yx - x - 1} \text{ olur.}$$

$\left.\begin{matrix} x=-1 \\ y=1 \end{matrix}\right\}$ ise, $-\frac{2-1-1+5}{-1+2+1-1} = -\frac{5}{1} = -5$ tir.

Yanıt E

7. $\cos^2 y = \sin(x - y) \Rightarrow \cos^2 y - \sin(x - y) = 0$ dır.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{-\cos(x-y)}{-2\cos y.\sin y + \cos(x-y)}$$
$$= \frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y) - \sin 2y} \text{ olur.}$$

Yanıt D

8. $x^y - y^x = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{y.x^{y-1} - \ln y.y^x}{\ln x.x^y - x.y^{x-1}}$$

$\left.\begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix}\right\}$ ise, $-\frac{1-0}{0-1} = -\frac{1}{-1} = 1$ dir.

Yanıt D

9. $3x^2 - 5y^3 + 2ax - 5y + 10 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{6x + 2a}{-15y^2 - 5} \text{ olur.}$$

$\left.\begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix}\right\}$ ise, $-\frac{0+2a}{-15-5} = -\frac{2a}{-20} = \frac{a}{10}$ dur.

Yanıt D

10. $x^2 - y^2 - x + y - 4 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x - 1}{-2y + 1} = \frac{2x - 1}{2y - 1} \text{ olur.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = 3x - 7$ olduğundan,

$g(x) = f^{-1}(x) = \frac{x+7}{3}$ tür.

$g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ olduğundan,

$g'(x) = \frac{1}{3}$ olur.

O halde; $g'(2) = \frac{1}{3}$ tür.

Yanıt E

12. $f(2x + 5) = 4x - 9 \Rightarrow f^{-1}(4x - 9) = 2x + 5$ dir.

Türevini alırsak;

$(f^{-1})'(4x - 9).4 = 2$

$(f^{-1})'(\underbrace{4x - 9}_{5}) = \frac{1}{2}$ olur.

$4x - 9 = 5$

$4x = 14$

$x = \frac{7}{2}$ için; $(f^{-1})'(5) = \frac{1}{2}$ dir.

Yanıt D

13. $f(x) = \frac{3x - 3}{2x - 5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5x - 3}{2x - 3}$ olur.

(Bölümün türevinden)

$$(f^{-1})'(x) = \frac{5(2x-3) - 2(5x-3)}{(2x-3)^2} = \frac{-9}{(2x-3)^2} \text{ dir.}$$

$x = 3$ için; $(f^{-1})'(3) = \frac{-9}{3^2} = -1$ olur.

Yanıt B

14. $f(x) = x^2 - 16 \Rightarrow f'(x) = 2x$ olur.

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ olduğundan,

$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{f'(5)}$

$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{2.5} = \frac{1}{10}$ dur.

$\left(\begin{matrix} x^2 - 16 = 9 \\ x^2 = 25 \\ x = 5 \end{matrix}\right)$ $x \in R^+$

Yanıt E

15. $f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2\sin 2x$ olur.

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$

$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{f'(\frac{\pi}{6})}$

$\left(\begin{matrix} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ 2x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} \text{ olur.} \end{matrix}\right)$

$$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{-2\sin(2\cdot\frac{\pi}{6})} = -\frac{1}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ tür.}$$

Yanıt B

16. $f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$ olur.

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$

$(f^{-1})'(6) = \frac{1}{f'(2)}$

$(f^{-1})'(6) = \frac{1}{3.2^2} = \frac{1}{12}$ dir.

$\left(\begin{matrix} x^3 - 2 = 6 \\ x^3 = 8 \\ x = 2 \text{ olur.} \end{matrix}\right)$

Yanıt B

17. $f(x) = 3x^2 + 7x - 3 \Rightarrow f'(x) = 6x + 7$ olur.

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$

$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(\frac{2}{3})}$

$\left(\begin{matrix} 3x^2 + 7x - 3 = 3 \\ 3x^2 + 7x - 6 = 0 \\ 3x \quad +3 \\ x \quad -2 \\ (3x - 2)(x + 3) = 0 \\ x = \frac{2}{3}, \quad x = -3 \\ \text{Pozitif değeri için} \\ x = \frac{2}{3} \text{ alınır.} \end{matrix}\right)$

O halde, $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{6\cdot\frac{2}{3} + 7} = \frac{1}{11}$ olur.

Yanıt E

18. $f(x) = x^5 - 29 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$ olur.

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$

$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(2)}$

$\left(\begin{matrix} x^5 - 29 = 3 \\ x^5 = 32 \\ x = 2 \text{ dir.} \end{matrix}\right)$

O halde, $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{5.2^4} = \frac{1}{80}$ dir.

Yanıt E

19. $f(x) = x^3 - 25 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$

$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(3)}$

$\left(\begin{matrix} x^3 - 25 = 2 \\ x^3 = 27 \\ x = 3 \text{ dür.} \end{matrix}\right)$

O halde, $(f^{-1})'(2) = \frac{1}{3.3^2} = \frac{1}{27}$ olur.

Yanıt B

20. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{\sqrt{x^2 - 4}}$ olur.

$\left(\begin{matrix} (\sqrt{x^2 - 4})^2 = (2\sqrt{3})^2 \\ x^2 - 4 = 12 \\ x^2 = 16 \\ x = 4 \\ x \in (2, \infty) \end{matrix}\right)$

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$

$(f^{-1})'(2\sqrt{3}) = \frac{1}{f'(4)}$

O halde,

$$(f^{-1})'(2\sqrt{3}) = \frac{1}{\frac{1}{2}\cdot\frac{2.4}{\sqrt{16 - 4}}}$$
$$= \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt B

TEST 11 TÜREV (KARMA)

1. $f(x)=4e^{\frac{3}{x}}$ fonksiyonu veriliyor. $f^{-1}(x)$ in türevinin $x = 4e$ apsisli noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{4e}$ B) $-\frac{1}{2e}$ C) $-\frac{1}{e}$ D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{2}{e}$

2. f: $R \rightarrow (0, \pi)$ tanımlı $f(x) = \text{arccot}4x$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x=\frac{\pi}{6}$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 0

3. $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 5xy - 2x - 4y + 7$ olduğuna göre, $f'(2, 0)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $f(x) = \tan x$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(m) = \frac{1}{2}$ eşitliğini sağlayan m sayılarının çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $f(x)=\ln\left(\dfrac{\cos^2\frac{x}{2}+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}\right)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $y=\ln\sqrt[6]{\dfrac{1-\cos x}{\cos x+1}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{3\sin x}$ B) $\frac{2}{\sin x}$ C) $\frac{1}{3\sin x}$

D) $\frac{1}{2\sin x}$ E) $\frac{6}{\sin x}$

7. $f(x)=\text{arccot}(3x^2-5x+1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

8. $f(x)=\arcsin(3+\ln x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\sqrt{1-(3\ln x)^2}}$ B) $\frac{1}{1-(3+\ln x)^2}$

C) $\frac{-1}{x\sqrt{1-(3+\ln x)^2}}$ D) $\frac{-1}{\sqrt{1-(3+\ln x)^2}}$

E) $\frac{1}{x.\sqrt{1-(3+\ln x)^2}}$

9. $f(x, y) = e^x.y + xy^2 + 2xy - 3$ olduğuna göre, $f'(x, y)$ nin A(0, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) –4 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

10. $f(x) = x^3.\ln\left(e^{\ln x}-\ln x\right)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

11. $f(x)=\left(e^{x^2}\right)^{e^{x^3}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $2e^3$ B) $5e^e$ C) $4e^{e+1}$

D) $5e^{e+1}$ E) $3e^3$

12. $f(x)=\left(e^x\right)^{\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}$ fonksiyonu için $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) –1 D) –2 E) –3

13. $f(x)=\left(e^{e^{3x}}\right)^3$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) e^3 B) 9e C) $9e^3$ D) 1 E) 9

14. $y=e^{[\sin(5x+3)]^2}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5.e^{[\sin(5x+3)]^2}.\sin(10x+6)$

B) $50.e^{[\sin(5x+3)]^2}.\sin(10x+6)$

C) $25.e^{[\sin(5x+3)]^2}.\sin(5x+3)$

D) $5.e^{[\sin(5x+3)]^2}.\sin(5x+3).\cos(5x+3)$

E) $5.e^{[\sin(5x+3)]^2}.\sin(10x+6).\cos(10x+6)$

15. f: $[0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu $f(x) = \cos2x$ biçiminde tanımlıdır. Buna göre, $(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

16. f ve g türevlenebilen fonksiyonlar olmak üzere,

$f(3^x + 1) = x^2 - g\left(x^2+2x\right)$ ve $f'(4) = \frac{1}{\ln 9}$

olduğuna göre, $g'(3)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

17. $\frac{d}{dx}\left[\frac{e^{-x}.(x^2-1)}{x^3}\right]$ ifadesinin $x = -1$ apsisli noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3e B) –2e C) –e D) e E) 2e

18. f: $[-2,\infty] \rightarrow [-4,\infty]$, $f(x) = x^2 + 4x$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(12)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

19. f: $R^+ \rightarrow R$, $x \rightarrow y = f(x) = 4\log_2 x + 2$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri kaçtır?

A) –ln4 B) $-\frac{\ln 2}{2}$ C) $\frac{\ln 2}{4}$ D) $\frac{\ln 4}{4}$ E) ln2

20. $f(x)=\dfrac{\cos^2(\sin x)}{\tan x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2\cos(\sin x).(-\sin(\sin x)).\tan x-\sec^2 x(\cos(\sin x))^2}{(\tan x)^2}$

B) $\dfrac{2\cos(\sin x).\cos x.\tan x-\sec^2 x.(\cos(\sin x))^2}{\tan^2 x}$

C) $\dfrac{2\cos(\sin x).\cos x(-\sin(\sin x)).\tan x-\sec^2 x.(\cos^2(\sin x))}{\tan^2 x}$

D) $\dfrac{2\cos(\sin x)-\sec^2 x}{\tan^2 x}$

E) $\dfrac{2\cos(\sin x).\sec^2 x}{\tan^2 x}$

TEST 11'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $(f^{-1})(4e) = x_0 \Rightarrow f(x_0) = 4e$

$\Rightarrow 4 . e^{\frac{3}{x_0}} = 4e \Rightarrow \frac{3}{x_0} = 1 \Rightarrow x_0 = 3$

$f(x) = 4e^{\frac{3}{x}} \Rightarrow f'(x) = 4 . \left(-\frac{3}{x^2}\right) . e^{\frac{3}{x}}$

$\Rightarrow f(x_0) = f'(3) = 4 . \left(-\frac{3}{3^2}\right) . e^{\frac{3}{3}}$

$\Rightarrow f'(3) = -\frac{4e}{3}$

$(f^{-1})'(4e) = \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{-\frac{4e}{3}} = -\frac{3}{4e}$ bulunur.

Yanıt A

2. $f(x) = y = \text{arccot}4x$

$\Rightarrow \cot y = 4x \Rightarrow x = \frac{1}{4}\cot y$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}\cot x$

$\Rightarrow \left(f^{-1}\right)'(x) = -\frac{1}{4}\left(1 + \cot^2 x\right)$

$\Rightarrow \left(f^{-1}\right)'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4}\left(1 + \cot^2\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4}(1+(\sqrt{3})^2)$

$= -1$ bulunur.

Yanıt A

3. $f(x,y) = x^2 + 4y^2 + 5xy - 2x - 4y + 7$

$f' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x + 5y - 2}{8y + 5x - 4}$

$f'(2,0) = -\frac{2.2 + 5.0 - 2}{8.0 + 5.2 - 4} = -\frac{1}{3}$ tür.

Yanıt A

4. $f(x) = y = \tan x$

$\Rightarrow x = \arctan y \Rightarrow f^{-1}(x) = \arctan x$

$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$(f^{-1})'(m) = \frac{1}{1+m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 + 1 = 2$

$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$ olup çarpımları -1 bulunur.

Yanıt B

5. $f(x) = \ln\left(\frac{\cos^2\frac{x}{2} + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}\right)$

$f(x) = \ln\left(\cos^2\frac{x}{2} + 1\right) - \ln\left(\sqrt{x^2 + 4x + 8}\right)$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{2}2\cos\frac{x}{2}.\left(-\sin\frac{x}{2}\right)}{\cos^2\frac{x}{2} + 1} - \frac{\frac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x+8}}}{\sqrt{x^2+4x+8}}$

$= -\frac{\cos\frac{x}{2}.\sin\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2} + 1} - \frac{x+2}{x^2+4x+8}$

$\Rightarrow f'(0) = -\frac{\cos 0 . \sin 0}{\cos^2 0 + 1} - \frac{2}{8}$

$= -\frac{1}{4}$ bulunur.

Yanıt B

6. $y = \ln\sqrt[6]{\frac{1-\cos x}{\cos x + 1}} = \ln\left(\frac{1-\cos x}{\text{cob}x + 1}\right)^{\frac{1}{6}}$

$= \frac{1}{6}\ln\left(\frac{1-\cos x}{\cos x + 1}\right)$

$\frac{1}{6}\left[\ln(1-\cos x) - \ln(1+\cos x)\right]$

olduğundan,

$y' = \frac{1}{6}\left[\frac{\sin x}{1-\cos x} - \frac{(-\sin x)}{\cos x + 1}\right]$

$= \frac{1}{6}\left[\frac{\sin x}{1-\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x + 1}\right]$

$= \frac{1}{6}\left[\frac{\sin x + \sin x.\cos x + \sin x - \sin x.\cos x}{1 - \cos^2 x}\right]$

$= \frac{1}{6}\left(\frac{2\sin x}{\sin^2 x}\right) = \frac{1}{3\sin x}$ bulunur.

Yanıt C

7. $f(x) = \text{arccot}\,(3x^2 - 5x + 1)$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{(3x^2 - 5x + 1)'}{1 + (3x^2 - 5x + 1)^2} = -\frac{6x - 5}{1 + (3x^2 - 5x + 1)^2}$

O halde, $f'(0) = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$ olur.

Yanıt B

8. $f(x) = \arcsin(3 + \ln x)$

$f'(x) = \frac{(3 + \ln x)'}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}} = \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$

$= \frac{1}{x} . \frac{1}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$ olur.

Yanıt E

9. $f(x,y) = e^x . y + xy^2 + 2xy - 3$

$f'(x, y) = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{e^x y + y^2 + 2y}{e^x + 2xy + 2x}$

$\left.\begin{matrix} x = 0 \\ y = 1 \end{matrix}\right\}$ için $f'(0, 1) = -\frac{e^0 . 1 + 1^2 + 2 . 1}{e^0 + 2 . 0 . 1 + 2 . 0} = -4$

bulunur.

Yanıt A

10. $f(x) = x^3 . \ln(e^{\ln x} - \ln x)$

$= x^3 . \ln(x - \ln x)$ olduğundan,

$f'(x) = 3x^2 . \ln(x - \ln x) + x^3 . \frac{1 - \frac{1}{x}}{x - \ln x}$

$= 3x^2 . \ln(x - \ln x) + \frac{x^2(x-1)}{x - \ln x}$ olur.

$f'(1) = 3 . \ln(1 - \ln 1) + 0 = 0$ bulunur.

Yanıt C

11. $f(x) = (e^{x^2})^{e^{x^3}} = e^{x^2 . e^{x^3}}$ olduğundan,

$f'(x) = (x^2 . e^{x^3})' . e^{x^2 . e^{x^3}}$

$= e^{x^2 . e^{x^3}} . (2x . e^{x^3} + 3x^2 . x^2 . e^{x^3})$ olur.

$f'(1) = e^{1.e} . (2 . e^1 + 3 . 1 . 1.e^1)$

$= e^e (2e + 3e) = 5 . e^{e+1}$ bulunur.

Yanıt D

12. $f(x) = (e^x)^{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = (e^x)^{\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)} = e^{\frac{x^2+1}{x}}$ olduğundan,

$f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x}\right)' . e^{\frac{x^2+1}{x}}$

$= \left(\frac{2x . x - 1 . (x^2 + 1)}{x^2}\right) . e^{\frac{x^2+1}{x}}$

$= \left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) . e^{\frac{x^2+1}{x}}$ olur.

$f'(-1) = \left(\frac{(-1)^2 - 1}{(-1)^2}\right) . e^{\frac{(-1)^2+1}{-1}} = 0$ bulunur.

Yanıt A

13. $f(x) = \left(e^{e^{3x}}\right)^3 = e^{3.e^{3x}}$ olduğundan,

$f'(x) = (3.e^{3x})' . e^{3e^{3x}}$

$= 9.e^{3x} . e^{3.e^{3x}}$ olur.

$f'(0) = 9 . e^0 . e^{3.e^0} \Rightarrow f'(0) = 9.e^3$ bulunur.

Yanıt C

14. $y = e^{[\sin(5x+3)]^2}$

$\frac{dy}{dx} = 2.\sin(5x+3) . 5 . \cos(5x+3) . e^{[\sin(5x+3)]^2}$

$= 5.\sin(10x+6) . e^{[\sin(5x+3)]^2}$ bulunur.

Yanıt A

15. $f(x) = y = \cos 2x \Rightarrow \text{arccos}y = 2x$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\text{arccos}y \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\text{arccos}x$

$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2}\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$

$\Rightarrow (f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

bulunur.

Yanıt D

16. $f(3^x+1) = x^2 - g(x^2+2x)$

$\Rightarrow (3^x+1)' . f'(3^x+1) = 2x - (x^2+2x)' . g'(x^2+2x)$

$\Rightarrow (3^x . \ln 3) . f'(3^x+1) = 2x - (2x+2) . g'(x^2+2x)$

x = 1 için;

$(3^1 . \ln 3)\ f'(3^1+1) = 2.1 - (2.1+2) . g'(1^2+2.1)$

$(3.\ln 3) f'(4) = 2 - 4 . g'(3)$

$3 . \ln 3 . \frac{1}{\ln 9} = 2 - 4 . g'(3)$

$3 . \ln 3 . \frac{1}{2 . \ln 3} = 2 - 4 . g'(3)$

$3 = 4 - 8 . g'(3) \Rightarrow g'(3) = \frac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt C

17. $\frac{d}{dx}\left[\frac{e^{-x} . (x^2-1)}{x^3}\right] = \frac{d}{dx}\left[\frac{x^2-1}{x^3 . e^x}\right]$

$= \frac{2x\,(x^3 . e^x) - (x^2-1)\left[3x^2 . e^x + e^x . x^3\right]}{\left(x^3 . e^x\right)^2}$

$= \frac{2 . x^2 . e^x - (x^2-1) . (3e^x + x . e^x)}{x^4 . e^{2x}}$

x = −1 için

$\frac{2 . (-1)^2 . e^{-1} - \left[(-1)^2 - 1\right] . \left[3 . e^{-1} + (-1) . e^{-1}\right]}{(-1)^4 . e^{2 . (-1)}}$

= 2e bulunur.

Yanıt E

18. $f(x) = y = x^2 + 4x$

$y = (x+2)^2 - 4 \Rightarrow y + 4 = (x+2)^2$

$x = \sqrt{y+4} - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 2$

$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} \Rightarrow (f^{-1})'(12) = \frac{1}{2\sqrt{12+4}}$

$\Rightarrow (f^{-1})'(12) = \frac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt D

19. $f(x) = 4\log_2 x + 2$

$f(x_0) = 2 \Rightarrow 4\log_2 x_0 + 2 = 2$

$\Rightarrow \log_2 x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$

$f'(x) = 4 . \frac{1}{x}\log_2 e$

$f'(x_0) = f'(1) = 4 . \log_2 e$

$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{4 . \log_2 e} = \frac{\ln 2}{4}$

bulunur.

Yanıt C

20. $f(x) = \frac{\cos^2(\sin x)}{\tan x}$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{2\cos(\sin x) . \cos x . (-\sin(\sin x)) . \tan x - \sec^2 x . \cos^2(\sin x)}{\tan^2 x}$

Yanıt C

TEST 12 TÜREV (KARMA)

1. f(x) = arccot (x.lnx) olduğuna göre, f′(x) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-1-\ln x}{1+x\ln x}$ B) $\frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ C) $\frac{-1-\ln x}{1+(x\ln x)^2}$

D) $\frac{1+\ln x}{1+(x\ln x)^2}$ E) $\frac{-\ln x}{1+(x\ln x)^2}$

2. $y = x^2.\ln y + x.y^2 - 2x + 5y - 3$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(0, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $f(x) = \ln(5x+4)$ olduğuna göre, $f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ toplamının değeri kaçtır?

A) −2 B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

4. f ve g fonksiyonları, $f(x) = e^x$ ve $g(x) = \sin x$ ile tanımlıdır. Buna göre, $\left[(f\circ g)^{-1}\right]'(1)$ değeri kaçtır?

A) −1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5. $f(x) = \frac{3+\sin^3 x}{3-\sin x^3}$ olduğuna göre, f′(0) değeri kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) 1 E) 0

6. f(x) = arcsin3x ile tanımlı f fonksiyonunun türevli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ C) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$

D) $\left(-\frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right)$ E) $\left[-\frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right]$

7. $n \in R$ olmak üzere;

$f(x) = \frac{(\arctan 2x)^2}{n}$ fonksiyonu için,

$f'(x) = \frac{\arctan 2x}{1+4x^2}$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $f(x) = x. \arctan(x^3-1)$ olduğuna göre, f′(x) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan(x^3-1) + \frac{3x^2}{1+(x^3-1)^2}$

B) $\arctan(x^3-1) + \frac{3x^3}{1+(x^3-1)^2}$

C) $\arctan(x^3-1) - \frac{3x^2}{1+(x^3-1)^2}$

D) $\arctan(x^3-1) + \frac{x^3}{1+(x^3-1)^2}$

E) $\arctan(x^3-1) - \frac{3x^3}{1+(x^3-1)^2}$

9. $f(x) = (\sin 3x . \sin 2x - \cos 2x . \cos 3x)^2$ olduğuna göre, f′(x) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) −5sin10x B) 5sin2x C) 2sin10x

D) −4sin10x E) sin2x

10. $\left.\begin{array}{l} x = 5^{t^2} + 2t - 1 \\ y = 3t^2 - t + 5 \end{array}\right\}$ olduğuna göre,

$\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin t = 0 için değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\dfrac{1}{2}$ D) 0 E) 1

11. $f(x) = \left|2\sin^2 2x - 2\cos^2 2x - 3\right|$ olduğuna göre,

$f'\left(\dfrac{\pi}{8}\right) + f''\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 8 B) 4 C) 2 D) –4 E) –8

12. $f(x) = \sin^2 2x + |\sin x - 4|$ olduğuna göre,

$f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(-\pi)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) –8 E) –10

13. f(x) = cosx fonksiyonunun 2006. türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) sinx B) –sinx C) –cosx D) cosx E) $(\cos x)^{2006}$

14. $y = \cos(3x + 4)$ olduğuna göre, $\dfrac{d^{50}y}{dx^{50}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{50}.\cos(4x + 3)$ B) $3^{49} . \cos(3x + 4)$

C) $3^{50} . \sin(3x + 4)$ D) $-3^{50} . \sin(3x+4)$

E) $-3^{50} . \cos(3x + 4)$

15. $y = \dfrac{\ln x^3}{x^2}$ olduğuna göre, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{15x + 6\ln x^3}{x^4}$ B) $\dfrac{-6\ln x^3}{x^4}$

C) $\dfrac{-15 + 6\ln x^3}{x^4}$ D) $\dfrac{3 + 6x\ln x^2}{x^3}$

E) $\dfrac{15 + 6x\ln x^2}{x}$

16. $\dfrac{d^3}{dx^3}\left(mx^4 + e^{3x}\right) = 24x + 3ne^{3x}$ olduğuna göre,

(m + n) toplamı kaçtır?

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

17. f: $R^+ \to R$ fonksiyonu f(x) = lnx ile tanımlıdır.

$f^{15}(x) = \dfrac{d^{15}f(x)}{dx^{15}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{-15!}{x^{15}}$ B) $\dfrac{14!}{x^{15}}$ C) $\dfrac{15!}{x^{15}}$

D) $\dfrac{-14!}{x^{15}}$ E) $\dfrac{-1}{x^{15}}$

18. y = cos4x olduğuna göre,

$\dfrac{d^8y}{dx^8}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4^8 . \sin 4x$ B) $-4^4 . \cos 4x$

C) $-4^8 . \cos 4x$ D) $4^4 . \cos 4x$

E) $4^8 . \cos 4x$

19. $y = \sin\pi x$ olduğuna göre, $\dfrac{d^{100}y}{dx^{100}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\pi^{100} . \cos\pi x$ B) $-\pi^{100} . \cos\pi x$

C) $\pi^{100} . \sin\pi x$ D) $-\pi^{100} . \sin\pi x$

E) $\pi^{99} . \sin\pi x$

20. $y = -\sin\left(2x + \dfrac{1}{2}\right)$ olduğuna göre, $\dfrac{d^2y}{dx^2} . \dfrac{dy}{dx}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –8sin(2x+1) B) 8sin4x

C) 4sin(2x+1) D) –4sin(4x+1)

E) –4sin4x

TEST 12'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. f(x) = arccot (x . lnx) olduğundan,

$$f'(x) = -\frac{(x . \ln x)'}{1 + (x \ln x)^2}$$

$$= -\frac{\ln x + x . \frac{1}{x}}{1 + (x\ln x)^2} = \frac{-1 - \ln x}{1 + (x\ln x)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $y = x^2 . \ln y + x . y^2 - 2x + 5y - 3$

$F(x,y) = x^2.\ln y + xy^2 - 2x + 4y - 3 = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Fx}{Fy}$$

$$= -\frac{2x\ln y + y^2 - 2}{x^2.\frac{1}{y} + 2xy + 4}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \end{array}\right\} \text{için } \frac{dy}{dx} = -\frac{2.0.\ln 1 + 1^2 - 2}{0^2.\frac{1}{1} + 2.0.1 + 4} = \frac{1}{4}$$

bulunur.

Yanıt D

3. f(x) = ln(5x + 4)

$y = \log_e(5x + 4) \Rightarrow e^y = 5x + 4$

$$\Rightarrow x = \frac{e^y - 4}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{e^x - 4}{5}$$

$$f^{-1}(0) = \frac{e^0 - 4}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$(f^{-1})'(x) = \frac{e^x}{5} \Rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{e^0}{5} = \frac{1}{5}$$

$$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0) = -\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{2}{5} \text{ tir.}$$

Yanıt B

4. $\left.\begin{array}{l} f(x) = e^x \\ g(x) = \sin x \end{array}\right\} \Rightarrow (fog)(x) = e^{\sin x}$

$(fog)(x) = y = e^{\sin x}$

$\Rightarrow \ln y = \sin x \Rightarrow x = \arcsin(\ln y)$

$\Rightarrow (fog)^{-1}(x) = \arcsin(\ln x)$

$$\left[(fog)^{-1}\right]'(x) = \frac{(\ln x)'}{\sqrt{1 - (\ln x)^2}} = \frac{1}{x . \sqrt{1 - (\ln x)^2}}$$

$$\left[(fog)^{-1}\right]'(1) = \frac{1}{1 . \sqrt{1 - (\ln 1)^2}} = 1$$

bulunur.

Yanıt D

5. $f(x) = \dfrac{3 + \sin^3 x}{3 - \sin x^3}$ (Bölümün türevinden)

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{3\sin^2 x . \cos x . (3 - \sin x^3) - (-3x^2.\cos x^3).(3 + \sin^3 x)}{(3 - \sin x^3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{0}{3^2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

6. Sin : $R \to [-1, 1] \Rightarrow$ arcsin : $[-1, 1] \to R$ dir.

$f(x) = \arcsin 3x \Rightarrow -1 \leq 3x \leq 1$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \text{ olup}$$

$$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{1 - 9x^2}} \text{ dir. } x \neq \mp\frac{1}{3}$$

olduğundan f' nin tanımlı olduğu en geniş aralık

$\left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ tür.

Yanıt A

7. $f(x) = \dfrac{(\arctan 2x)^2}{n}$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{2.\arctan 2x . \frac{2}{1 + 4x^2}}{n} \text{ olur.}$$

$$f'(x) = \frac{4 . \arctan 2x}{n(1 + 4x^2)} = \frac{\arctan 2x}{(1 + 4x^2)}$$

$\Rightarrow$ n = 4 tür.

Yanıt E

8. $f(x) = x \,.\, \arctan(x^3 - 1)$ (Çarpımın türevinden)

$$f'(x) = \arctan(x^3-1) + \frac{3x^2}{1+(x^3-1)^2}\,.\,x$$

$$= \arctan(x^3-1) + \frac{3x^3}{1+(x^3-1)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $f(x) = (\sin 3x \,.\, \sin 2x - \cos 2x \,.\, \cos 3x)^2$

$f(x) = [-\cos(2x + 3x)]^2$

$f(x) = \cos^2 5x$

$f'(x) = 2\cos 5x \,.\, 5 \,.\, (-\sin 5x)$

$= -5.\sin 10x$ bulunur.

Yanıt A

10. $x = 5^{t^2} + 2t - 1$

$y = 3t^2 - t + 5$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t-1}{2t5^{t^2}\,.\,\ln 5 + 2}$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{6.0-1}{2.0.5^0.\ln 5+2} = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = |2\sin^2 2x - 2\cos^2 2x - 3|$

$= |-2(\cos^2 2x - \sin^2 2x) - 3|$

$= |-2 \,.\, \cos 4x - 3| = 2\cos 4x + 3$

$f'(x) = 2 \,.\, 4 \,.\, (-\sin 4x) = -8\sin 4x$ ve

$f''(x) = -8 \,.\, 4 \,.\, \cos 4x = -32 \,.\, \cos 4x$ tür.

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 \,.\, \sin\left(4.\frac{\pi}{8}\right) = -8$$

$$f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -32 \,.\, \cos\left(4.\frac{\pi}{8}\right) = 0 \text{ olup}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) + f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 + 0 = -8 \text{ dir.}$$

Yanıt E

12. $f(x) = \sin^2 2x + |\sin x - 4|$

$\Rightarrow f(x) = \sin^2 2x - \sin x + 4$ olur.

$f'(x) = 2\sin 2x \,.\, 2 \,.\, \cos 2x - \cos x$

$= 2\sin 4x - \cos x$

$f'(\pi) = 2.\sin(4\pi) - \cos(\pi) = 1$

$f''(x) = 2.4.\cos 4x - (-\sin x)$

$= 8\cos 4x + \sin x$

$f''(\pi) = 8.\cos(4.\pi) + \sin\pi = 8$

$f'''(x) = 8.4.(-\sin 4x) + \cos x$

$= -32\sin 4x + \cos x$

$f'''(-\pi) = -32.\sin(4.(-\pi)) + \cos(-\pi) = -1$ olup

$f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(-\pi) = 1 + 8 - 1 = 8$ bulunur.

Yanıt C

13. $f(x) = \cos x$

$f'(x) = -\sin x$

$f''(x) = -\cos x$

$f'''(x) = \sin x$

$f^{iv}(x) = \cos x$

Periyot 4

$2006 \div 4 = 501$, kalan 2

⋮

$f^{(2006)}(x) = f''(x) = -\cos x$ bulunur.

Yanıt C

14. $y = \cos(3x + 4)$

$$\frac{dy}{dx} = -3 \,.\, \sin(3x+4)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -3 \,.\, 3\cos(3x+4) = -3^2 \,.\, \cos(3x+4)$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -3^2 \,.\, 3 \,.\, (-\sin(3x+4)) = 3^3 \sin(3x+4)$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 3^3 \,.\, 3 \,.\, \cos(3x+4) = 3^4 \,.\, \cos(3x+4)$$

⋮

$$\frac{d^{50}y}{dx^{50}} = -3^{50} \,.\, \cos(3x+4) \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

15. $y = \dfrac{\ln x^3}{x^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\ln x^3)' \,.\, x^2 - (x^2)' \,.\, \ln x^3}{(x^2)^2} \text{ (Bölümün türevinden)}$$

$$= \frac{\frac{3x^2}{x^3} \,.\, x^2 - 2x \,.\, \ln x^3}{x^4}$$

$$= \frac{3x - 2x\ln x^3}{x^4} = \frac{3 - 2\ln x^3}{x^3}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\left(-2.\frac{3x^2}{x^3}.x^3\right) - \left(3x^2\right)\left(3 - 2\ln x^3\right)}{\left(x^3\right)^2} \text{ (Bölümün türevinden)}$$

$$= \frac{-6x^2 - 3x^2(3 - 2\ln x^3)}{x^6}$$

$$= \frac{6 \,.\, \ln x^3 - 15}{x^4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

16. $\dfrac{d^3}{dx^3}(mx^4 + e^{3x}) = 24x + 3ne^{3x}$

$y = mx^4 + e^{3x} \Rightarrow$

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 \,.\, m + 3e^{3x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2m + 9e^{3x}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24xm + 27e^{3x}$$

$\Rightarrow 24xm + 27e^{3x} = 24x + 3ne^{3x}$

$\Rightarrow m = 1$ ve $3n = 27 \Rightarrow n = 9$ olup

$m + n = 1 + 9 = 10$ bulunur.

Yanıt D

17. $f(x) = \ln x$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{-2}{x^3} = \frac{2!}{x^3}$$

$$f^{(iv)}(x) = \frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{6}{x^4} = -\frac{3!}{x^4}$$

⋮

$$f^{(15)}(x) = \frac{d^{15}y}{dx^{15}} = \frac{14!}{x^{15}} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

18. $y = \cos 4x$

$$\frac{dy}{dx} = -4 \,.\, \sin 4x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -4 \,.\, 4 \,.\, \cos 4x = -4^2 \,.\, \cos 4x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -4^2 \,.\, 4 \,.\, (-\sin 4x) = 4^3 \,.\, \sin 4x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 4^3 \,.\, 4 \,.\, \cos 4x = 4^4 \,.\, \cos 4x$$

⋮

$$\frac{d^8y}{dx^8} = 4^8 \,.\, \cos 4x \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

19. $y = \sin \pi x$

$$\frac{dy}{dx} = \pi \,.\, \cos \pi x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \pi \,.\, \pi \,.\, (-\sin \pi x) = -\pi^2 \,.\, \sin \pi x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\pi^2 \,.\, \pi \,.\, \cos \pi x = -\pi^3 \,.\, \cos \pi x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\pi^3 \,.\, \pi \,.\, (-\sin \pi x) = \pi^4 \,.\, \sin \pi x$$

....

$$\frac{d^{100}y}{dx^{100}} = \pi^{100} \,.\, \sin \pi x \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

20. $y = -\sin\left(2x + \dfrac{1}{2}\right)$

$$\frac{dy}{dx} = -2 \,.\, \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4 \,.\, \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \,.\, \frac{dy}{dx} = \left[4 \,.\, \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right].\left[-2\cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= -4 \,.\, 2.\sin\left(2x + \frac{1}{2}\right) . \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$= -4 \,.\, \sin\left[2.\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$= -4 \,.\, \sin(4x + 1)$ bulunur.

Yanıt D

TEST 13 TÜREVİN LİMİT UYGULAMALARI

1. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3x^2-3x-6}{(x-2)^3}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 9 C) 1 D) $-\infty$ E) $+\infty$

2. $f(x)=\frac{\sqrt{2x-2}-\sqrt[3]{2x+2}}{x^2-3x}$ fonksiyonunun x = 3 için limiti kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{6}$

3. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}}-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+3}+2x}{\sqrt{x^2+3}-3x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}}{2x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x-\cos 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x-\sin x}{5x+\sin x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

8. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) yoktur

9. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1+\sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2-4x+2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi^2}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{9\pi}{16}$ E) $\frac{9\pi^2}{16}$

10. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{2-2x+\ln x^2}{1+\cos \pi x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{\pi^2}$ B) $\frac{1}{\pi}$ C) $-\frac{2}{\pi^2}$ D) $\frac{2}{\pi}$ E) $\frac{2}{\pi^2}$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2e^x-2e^{-x}}{2e^x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

12. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos(\tan x)-1}{\sin x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

13. $\lim\limits_{a\to -b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a+\sin b}$ limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cosb B) cosecb C) $\frac{\sec b}{2}$ D) –sinb E) –cosb

14. $\lim\limits_{x\to y-1} \frac{x+1-y}{x^2+y^2-1-2xy}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) 1

15. $\lim\limits_{y\to x^3} \frac{x^6-y^2}{2yx^3-2x^6}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2e^{2x^2}-2e^{3x^3}}{x^2+\tan x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

17. $\lim\limits_{y\to \tan x} \frac{2y-2\tan x}{y^2.\cot^2 x-1}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan^2x$ B) –cotx C) $\frac{1}{\tan x}$ D) $\frac{1}{\cot x}$ E) $\frac{1}{\operatorname{cosec} x}$

18. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2-2\cos x+\tan x-\sin x}{x^2}\right)$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

19. $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{2\operatorname{arccot} x}{\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\infty$ B) –1 C) 0 D) 1 E) ∞

20. $\lim\limits_{x\to -1} \frac{\tan(2x+2)}{x^{2006}+x^{2005}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST 13'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-3x-6}{(x-2)^3}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{6x-3}{3.(x-2)^2}=\dfrac{6.2-3}{3.(2-2)^2}=+\infty$ olur.

Yanıt E

2. $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x-2}-\sqrt[3]{2x+2}}{x^2-3x}\to\dfrac{0}{0}$

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 3}f(x)=\lim_{x\to 3}\dfrac{\dfrac{2}{2\sqrt{2x-2}}-\dfrac{2}{3.\sqrt[3]{(2x+2)^2}}}{2x-3}$$

$$=\dfrac{\dfrac{2}{2.\sqrt{2.3-2}}-\dfrac{2}{3.\sqrt[3]{(2.3+2)^2}}}{2.3-3}=\dfrac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}}{3}=\dfrac{1}{9}$$

bulunur.

Yanıt A

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}}-2}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır .

L' hospital uygulanırsa ,

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}}-2}=\Rightarrow\lim_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{\dfrac{1}{2}\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{4+\sqrt{x}}}}$$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{4+\sqrt{x}}}}=4$ bulunur.

Yanıt B

4. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3+3}+2x}{\sqrt{x^2+3}-3x}\to\dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3+3}+2x}{\sqrt{x^2+3}-3x}=\lim_{x\to -\infty}\dfrac{\dfrac{3x^2}{3.\sqrt[3]{(x^3+3)^2}}+2}{\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}-3}$$

$$=\lim_{x\to -\infty}\dfrac{\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+3)^2}}+2}{\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}-3}=-\dfrac{3}{4}\text{ tür.}$$

Yanıt E

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{2x}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

$=\dfrac{e^0+e^0}{2}=1$ bulunur.

Yanıt D

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{\sin 4x-\cos 2x}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{\sin 4x-\cos 2x}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{-2\sin 2x}{4\cos 4x+2\sin 2x}$

$=\dfrac{-2.\sin\frac{\pi}{2}}{4.\cos\pi+2.\sin\frac{\pi}{2}}=\dfrac{-2}{-4+2}=1$ bulunur.

Yanıt E

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x-\sin x}{5x+\sin x}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x-\sin x}{5x+\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3-\cos x}{5+\cos x}$

$=\dfrac{3-\cos 0}{5+\cos 0}=\dfrac{3-1}{5+1}=\dfrac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt A

8. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x}{1}=2.1=2$ bulunur.

Yanıt D

9. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2-4x+2}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2-4x+2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\frac{3\pi}{2}.\cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{4x-4}\to\dfrac{0}{0}$

L' Hospital uygulanırsa,

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\frac{3\pi}{2}.\frac{3\pi}{2}.\left(-\sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)\right)}{4}$

$=-\dfrac{9}{16}\pi^2.\lim\limits_{x\to 1}\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}x\right)$

$=-\dfrac{9}{16}\pi^2.\sin\dfrac{3\pi}{2}=\dfrac{9}{16}\pi^2$ bulunur.

Yanıt E

10. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-2x+\ln x^2}{1+\cos\pi x}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-2+\frac{2x}{x^2}}{-\pi.\sin\pi x}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-2+\frac{2}{x}}{-\pi.\sin\pi x}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-\frac{2}{x^2}}{(-\pi).\pi.\cos\pi x}=\dfrac{-2}{-\pi^2.\cos\pi}$

$=-\dfrac{2}{\pi^2}$ bulunur.

Yanıt C

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2e^x-2e^{-x}}{2e^x-2}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2e^x-2e^{-x}}{2e^x-2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2e^x+2.e^{-x}}{2e^x}$

$=\dfrac{2.e^0+2.e^0}{2.e^0}=2$ bulunur.

Yanıt A

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\tan x)-1}{\sin x}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\tan x)-1}{\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+\tan^2x).(-\sin(\tan x))}{\cos x}$

$=\dfrac{(1+\tan^2 0).(-\sin(\tan 0))}{\cos 0}=0$ bulunur.

Yanıt C

13. $\lim\limits_{a\to -b}\dfrac{\tan(a+b)}{\sin a+\sin b}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{a\to -b}\dfrac{\tan(a+b)}{\sin a+\sin b}=\lim\limits_{a\to -b}\dfrac{1+\tan^2(a+b)}{\cos a+\cos b}$

$=\dfrac{1+\tan^2(-b+b)}{\cos(-b)+\cos b}=\dfrac{1}{2\cos b}=\dfrac{\sec b}{2}$ bulunur.

Yanıt C

14. $\lim\limits_{x\to y-1}\dfrac{x+1-y}{x^2+y^2-1-2xy}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to y-1}\dfrac{x+1-y}{x^2+y^2-1-2xy}=\lim\limits_{x\to y-1}\dfrac{1}{2x-2y}$

$=\dfrac{1}{2(y-1)-2y}=-\dfrac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt B

15. $\lim\limits_{y\to x^3}\frac{x^6-y^2}{2yx^3-2x^6}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{y\to x^3}\frac{x^6-y^2}{2yx^3-2x^6}=\lim\limits_{y\to x^3}\frac{-2y}{2x^3}$

$=\lim\limits_{y\to x^3}\frac{-y}{x^3}=\frac{-x^3}{x^3}=-1$ bulunur.

Yanıt B

16. $\lim\limits_{x\to0}\frac{2e^{2x^2}-2e^{3x^3}}{x^2+\tan x}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vadır.

L´Hospital uygulanırsa,.

$\lim\limits_{x\to0}\frac{2e^{2x^2}-2e^{3x^3}}{x^2+\tan x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{8x.e^{2x^2}-18.x^2.e^{3x^3}}{2x+1+\tan^2x}$

$=\frac{0}{1}=0$ bulunur.

Yanıt C

17. $\lim\limits_{y\to\tan x}\frac{2y-2\tan x}{y^2.\cot^2x-1}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{y\to\tan x}\frac{2y-2\tan x}{y^2.\cot^2x-1}=\lim\limits_{y\to\tan x}\frac{2}{2y.\cot^2x}$

$=\frac{2}{2.\tan x.\cot^2x}=\frac{1}{\cot x}$ bulunur.

Yanıt D

18. $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{2-2\cos x+\tan x-\sin x}{x^2}\right)\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vadır.

L´Hospital uygulanırsa,

$=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\sin x+1+\tan^2x-\cos x}{2x}\to\frac{0}{0}$

belirsizliği vardır. L´Hospital uygulanırsa,

$=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\cos x+2\tan x\,(1+\tan^2x)+\sin x}{2}=1$ dir.

Yanıt B

19. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\,\text{arccot}x}{\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\,\text{arc}\cot x}{\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2.\frac{-1}{1+x^2}}{\frac{-\frac{2}{x^2}}{1+\frac{2}{x}}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{2}{1+x^2}}{\frac{2}{x^2+2x}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+2x}{x^2+1}\to\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L´Hospital uygulanırsa,

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+2}{2x}\to\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L´Hospital uygulanırsa,

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{2}=1$ bulunur.

Yanıt D

20. $\lim\limits_{x\to-1}\frac{\tan(2x+2)}{x^{2006}+x^{2005}}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´Hospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to-1}\frac{\tan(2x+2)}{x^{2006}+x^{2005}}=\lim\limits_{x\to-1}\frac{2(1+\tan^2(2x+2))}{2006.x^{2005}+2005.x^{2004}}$

$=\frac{2.(1+\tan^2(-2+2))}{2006.(-1)^{2005}+2005.(-1)^{2004}}=\frac{2}{-2006+2005}$

$=-2$ bulunur.

Yanıt A

TEST 14 TÜREVİN LİMİT UYGULAMALARI

1. $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x}-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $\lim\limits_{x\to0}\frac{8^{3x}-5^{3x}}{3x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) ln8–5 B) 5ln8 C) $\ln\left(\frac{25}{64}\right)$ D) $\ln\left(\frac{8}{5}\right)$ E) $\ln^2\left(\frac{5}{8}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to2}\frac{2x^2+6\sin\left(\frac{x-2}{3}\right)-8}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

4. $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right)$ limitinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^{2x}}{4x^2+4x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\sin\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)}{\pi-3x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7. $\lim\limits_{x\to1}\frac{2+2\cos(-\pi x)}{1-x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

8. x bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim\limits_{y\to x}\frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3x}{5}$ D) $\frac{5y}{3}$ E) 0

9. $\lim\limits_{y\to1}\frac{y-\sqrt{y}}{\sqrt[3]{y}-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

10. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3-x}}{3+x-\sqrt{9-x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

11. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt[3]{2x^2+9}-m}{x^2-9} = n$ ve m, n ∈ R olduğuna göre,

(m.n) kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{27}$

12. $\lim\limits_{a\to x} \dfrac{\sin x - \sin a}{\sin(x-a)} = \dfrac{2}{3\sqrt{2}}$ olduğuna göre, cotx in değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{14}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{14}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{14}}{7}$

D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

13. $\lim\limits_{y\to x} \dfrac{4\sin x - 4\sin y}{3\cos y - 3\cos x} = -\dfrac{4}{3}$ ve x ∈ (0, 2π) olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

14. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5^{2x}-5^{-2x}}{5^{2x}+5^{-2x}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) −∞ B) −1 C) 0 D) 1 E) +∞

15. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x^3} e^x$ limitinin değeri kaçtır?

A) ∞ B) 1 C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) −1

16. $\lim\limits_{m\to\infty} 2m^3 \left[2x^{\frac{1}{m^3}} - 2 \right]$ limitinin değeri kaçtır?

A) x B) 2 C) 2lnx D) 4lnx E) 0

17. m bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim\limits_{x\to m} \dfrac{\sin(4x-4m)}{x^2-m^2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2m B) $\frac{2}{m}$ C) $\frac{3}{m}$ D) 3m E) $\frac{m}{2}$

18. x bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim\limits_{y\to x} \dfrac{y^3-x^3}{2y^2-2x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{3x}{4}$ C) 2x D) $\frac{4x}{3}$ E) ∞

19. y bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim\limits_{x\to y} \dfrac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-y}$ limitinin değeri kaçtır?

A) y B) $\frac{y}{2}$ C) $\frac{\sqrt{y}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2y}$

20. $\lim\limits_{y\to x} \dfrac{\tan(x^2-y^2)}{x^3-y^3}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{3x}$ C) $\frac{2x}{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{3x}{2}$

TEST 14´ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x}-1} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x}-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\dfrac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{1}{4.\sqrt[4]{x^3}}}{\dfrac{1}{6.\sqrt[6]{x^5}}}$

$= \dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{6}} = \dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \dfrac{1}{2}$ olur.

Yanıt C

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{8^{3x}-5^{3x}}{3x} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{8^{3x}-5^{3x}}{3x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3.8^{3x}\ln 8 - 3.5^{3x}.\ln 5}{3}$

$= \dfrac{3.8^0.\ln 8 - 3.5^0.\ln 5}{3} = \ln 8 - \ln 5 = \ln\left(\dfrac{8}{5}\right)$ olur.

Yanıt D

3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x^2+6.\sin\left(\dfrac{x-2}{3}\right)-8}{x-2} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x^2+6.\sin\left(\dfrac{x-2}{3}\right)-8}{x-2}$

$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{4x+6.\frac{1}{3}\cos\left(\dfrac{x-2}{3}\right)}{1}$

$= 4.2+2.\cos\left(\dfrac{2-2}{3}\right) = 10$ olur.

Yanıt A

4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right) = \lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin x - x}{x.\sin x}\right) \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin x - x}{x.\sin x}\right) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - 1}{\sin x + x\cos x} \to \dfrac{0}{0}$

belirsizliği vardır. Tekrar L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-\sin x}{\cos x + \cos x - x\sin x} = \dfrac{0}{1+1-0} = \dfrac{0}{2} = 0$ bulunur.

Yanıt C

5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^{2x}}{4x^2+4x} \to \dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^{2x}}{4x^2+4x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2.e^{2x}}{8x+4} \to \dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

Bir daha L´hospital uygulanır.

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4.e^{2x}}{8} = \infty$ olur.

Yanıt E

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x} = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{(-\sin x).\cos\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{-3}$

$= \dfrac{-\sin\frac{\pi}{3}.\cos\left(\cos\frac{\pi}{3}-\frac{1}{2}\right)}{-3}$

$= \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}.\cos 0}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ olur.

Yanıt D

7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2+2\cos(-\pi x)}{1-x^2} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2+2\cos(-\pi x)}{1-x^2} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2.(-\pi).(-\sin(-\pi x))}{-2x}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\pi.\sin(\pi x)}{x}$

$= \dfrac{\pi.\sin\pi}{1} = 0$ bulunur.

Yanıt C

8. $\lim\limits_{y\to x}\frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]}\to\frac{0}{0}$ belirlizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{y\to x}\frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]}=\lim\limits_{y\to x}\frac{5.\cos[5(y-x)]}{3.\cos[3(y-x)]}$

$=\frac{5.\cos[5(x-x)]}{3.\cos[3(x-x)]}=\frac{5.\cos0}{3.\cos0}=\frac{5}{3}$ olur.

Yanıt B

9. $\lim\limits_{y\to1}\frac{y-\sqrt{y}}{\sqrt[3]{y}-1}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L' hospital uygulanır .

$\lim\limits_{y\to1}\frac{y-\sqrt{y}}{\sqrt[3]{y}-1}=\lim\limits_{y\to1}\frac{1-\frac{1}{2\sqrt{y}}}{\frac{1}{3.\sqrt[3]{y^2}}}$

$=\frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}$ olur.

Yanıt D

10. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3-x}}{x+3-\sqrt{9-x^2}}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3-x}}{x+3-\sqrt{9-x^2}}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\frac{1}{2\sqrt{x+3}}+\frac{1}{2\sqrt{3-x}}}{1+\frac{2x}{2\sqrt{9-x^2}}}$

$=\frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}}{1+0}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ olur.

Yanıt A

11. $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt[3]{2x^2+9}-m}{x^2-9}=n$ ifadesinin bir reel sayı olması

için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. Buna göre;

$x=3\Rightarrow\sqrt[3]{2.3^2+9}-m=0$

$\Rightarrow m=3$ olur.

$\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt[3]{2x^2+9}-3}{x^2-9}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hospital uygulanırsa,

$=\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt[3]{2x^2+9}-3}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to3}\frac{\frac{4x}{3.\sqrt[3]{(2x^2+9)^2}}}{2x}$

$=\frac{\frac{4.3}{3.\sqrt[3]{(2.9+9)^2}}}{2.3}=\frac{2}{27}=n$ olur.

$m=3$ ve $n=\frac{2}{27}$ olduğundan, $m.n=3.\frac{2}{27}=\frac{2}{9}$ olur.

Yanıt C

12. $\lim\limits_{a\to x}\frac{\sin x-\sin a}{\sin(x-a)}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

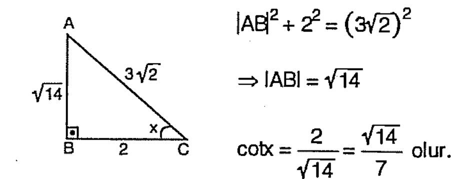
L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{a\to x}\frac{\sin x-\sin a}{\sin(x-a)}=\frac{2}{3\sqrt{2}}$

$\lim\limits_{a\to x}\frac{-\cos a}{-\cos(x-a)}=\frac{2}{3\sqrt{2}}$

$\frac{\cos x}{\cos(x-x)}=\frac{2}{3\sqrt{2}}$

$\cos x=\frac{2}{3\sqrt{2}}$



$|AB|^2+2^2=(3\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow |AB|=\sqrt{14}$

$\cot x=\frac{2}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$ olur.

Not: Değişken a olduğundan, türev a ya göre alınmıştır.

Yanıt C

13. $\lim\limits_{y\to x}\frac{4\sin x-4\sin y}{3\cos y-3\cos x}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{y\to x}\frac{4\sin x-4\sin y}{3\cos y-3\cos x}=-\frac{4}{3}$

$\lim\limits_{y\to x}\frac{-4\cos y}{-3\sin y}=-\frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}.\frac{\cos x}{\sin x}=-\frac{4}{3}\Rightarrow\cot x=-1$

$\Rightarrow x=\frac{3\pi}{4}$ veya $x=\frac{7\pi}{4}$ olabilir.

Yanıt E

14. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5^{2x}-5^{-2x}}{5^{2x}+5^{-2x}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5^{2x}-\frac{1}{5^{2x}}}{5^{2x}+\frac{1}{5^{2x}}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{5^{4x}-1}{5^{2x}}}{\frac{5^{4x}+1}{5^{2x}}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5^{4x}-1}{5^{4x}+1}\to\frac{\infty}{\infty}$

belirsizliği vardır. L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5^{4x}-1}{5^{4x}+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4.5^{4x}.\ln5}{4.5^{4x}.\ln5}=1$ olur.

Yanıt D

15. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^3}\to\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^3}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{3x^2}\to\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L'hospital uygulanır.

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{6x}\to\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L'hospital uygulanır.

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{6}=\infty$ olur.

Yanıt A

16. $\lim\limits_{m\to\infty}2m^3\left[2x^{\frac{1}{m^3}}-2\right]\to\infty.0$ belirsizliği vardır.

$=\lim\limits_{m\to\infty}\left(\frac{4.x^{\frac{1}{m^3}}-4}{\frac{1}{m^3}}\right)\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$=\lim\limits_{m\to\infty}\frac{4.\left(-\frac{3m^2}{m^6}\right).x^{\frac{1}{m^3}}.\ln x}{\left(\frac{-3m^2}{m^6}\right)}$

$=\lim\limits_{m\to\infty}\left(4.\ln x.x^{\frac{1}{m^3}}\right)=4\ln x$ olur.

Yanıt D

17. $\lim\limits_{x\to m}\frac{\sin(4x-4m)}{x^2-m^2}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{x\to m}\frac{\sin(4x-4m)}{x^2-m^2}=\lim\limits_{x\to m}\frac{4.\cos(4x-4m)}{2x}$

$=\frac{4.\cos(4m-4m)}{2m}=\frac{2}{m}$ olur.

Yanıt B

18. $\lim\limits_{y\to x}\frac{y^3-x^3}{2y^2-2x^2}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{y\to x}\frac{y^3-x^3}{2y^2-2x^2}=\lim\limits_{y\to x}\frac{3y^2}{4y}$

$=\lim\limits_{y\to x}\frac{3y}{4}=\frac{3x}{4}$ olur.

Yanıt B

19. $\lim\limits_{x\to y}\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-y}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L' hospital uygulanır .

$\lim\limits_{y\to y}\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-y}=\lim\limits_{y\to y}\left(\sqrt{y}-\frac{y}{2\sqrt{x}}\right)$

$=\sqrt{y}-\frac{y}{2\sqrt{y}}=\sqrt{y}-\frac{\sqrt{y}}{2}=\frac{\sqrt{y}}{2}$ olur.

Yanıt C

20. $\lim\limits_{y\to x}\frac{\tan(x^2-y^2)}{x^3-y^3}\to\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L'hospital uygulanır.

$\lim\limits_{y\to x}\frac{\tan(x^2-y^2)}{x^3-y^3}=\lim\limits_{y\to x}\frac{-2y\,(1+\tan^2(x^2-y^2))}{-3y^2}$

$=\lim\limits_{y\to x}\frac{2\,(1+\tan^2(x^2-y^2))}{3y}=\frac{2\,(1+\tan^2(x^2-x^2))}{3.x}$

$=\frac{2.(1+\tan^2 0)}{3x}=\frac{2}{3x}$ olur.

Yanıt B

TEST 15 TÜREVİN LİMİT UYGULAMALARI

1. $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos nx}{2x^2}=4$ eşitliğini sağlayan pozitif n sayısı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^2x-\sin x.\cos x}{1-2\sin^2x}+\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x-1}{\cos^2x}$

toplamının sonucu kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

3. $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-4e^{x^2-4}}{e^{2-x}-x+1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

4. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{2\sec x-1}-1}{2x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. a pozitif bir reel sayı olduğuna göre, $\lim\limits_{b\to1}\frac{a-a^b}{a\sin(\pi b)}$ limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $\frac{2}{\pi}\ln a$ C) $\pi\ln a$ D) $\frac{1}{\pi}\ln a$ E) $-\pi\ln a$

6. y bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim\limits_{x\to y}\frac{3x^3y+2y^4-2xy^3-3x^2y^2}{x^3y-2y^2x^2-y^3x+2y^4}$ limitinin değeri nedir?

A) $-\frac{3y}{2}$ B) $\frac{2y}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

7. f bir polinom fonksiyonu olmak üzere,

$\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x^3-2)-f(x^2+2)}{x-2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4f'(6)$ B) $-4f'(6)$ C) $8f'(6)$ D) $-8f'(6)$ E) $2f'(6)$

8. $\lim\limits_{x\to1}\frac{\tan(x^2-1)}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\lim\limits_{y\to4}\frac{y^2-16}{y^2+my-24}=\frac{4}{5}$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. $\lim\limits_{x\to1}\left[(x^2-1)\tan\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)\right]$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{\pi^2}$ B) $-\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{1}{\pi}$ D) $-\frac{1}{\pi^2}$ E) $\frac{3}{\pi}$

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2x^2+2x\right)^{\frac{1}{x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) e C) e^2 D) $\frac{1}{e}$ E) –e

12. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2x\sin\frac{\pi}{2x}\right)$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) ∞ C) –∞ D) π E) $\frac{\pi}{2}$

13. $\lim\limits_{x\to0}(2x)^{2x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\lim\limits_{x\to0}\left(\cos^2x\right)^{\frac{1}{x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) e C) $\frac{1}{e}$ D) $-e^2$ E) $-\frac{2}{e}$

15. $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{2x}-\frac{1}{2e^{3x}-2}\right)$ limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) +∞

16. $\lim\limits_{x\to0}(\tan x)^{x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) e D) e^2 E) $\frac{1}{e}$

17. $\lim\limits_{x\to0}\ln(\cos x)^{\cot x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

18. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(\sin2x)^{(\tan^2 2x)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) e C) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{e}}$

19. $\lim\limits_{x\to5}\left(\frac{\sqrt{3x+1}-4}{x-5}+\frac{\tan(11x-55)}{\tan(16x-80)}\right)$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{11}{16}$ B) $\frac{17}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $-\frac{8}{3}$ E) $-\frac{16}{17}$

20. $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sin(x-2).\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\tan(x^2-4).\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

TEST 15'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos nx}{2x^2} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan

L' hospital kuralı uygulanır.

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos nx)'}{(2x^2)'} = \lim_{x\to 0}\frac{n\sin nx}{4x} \to \frac{0}{0} \text{ belirsizliği.}$$

Tekrar L' Hospital kuralından

$$\lim_{x\to 0}\frac{(n\sin nx)'}{(4x)'} = \lim_{x\to 0}\frac{n^2\cos nx}{4} = \frac{n^2}{4} = 4$$

$$n^2 = 16$$

$$n = \pm 4$$

n nin pozitif değeri 4 tür.

Yanıt A

2. x yerine $\frac{\pi}{4}$ konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmaktadır. Her iki limit için L'Hospital Kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\left(\sin^2x-\sin x\cos x\right)'}{\left(1-2\sin^2x\right)'}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{2\sin x\cos x-(\cos^2x-\sin^2x)}{(\cos 2x)'}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin 2x-\cos 2x}{-2\sin 2x}$$

$$= -\frac{\sin\frac{\pi}{2}-\cos\frac{\pi}{2}}{2\sin\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\frac{1-0}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x-1)'}{(\cos^2x)'} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{-2\cos x\sin x}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{-1}{2\sin x} = -\frac{1}{2}$$

O halde limitler toplamı

$$-\frac{1}{2}-\frac{1}{2} = -1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

3. x yerine 2 konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-4e^{x^2-4})'}{(e^{2-x}-x+1)'} = \lim_{x\to 2}\frac{2x-8xe^{x^2-4}}{-e^{2-x}-1} = \frac{4-16}{-1-1}$$

$$= \frac{-12}{-2} = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

4. x yerine sıfır konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{2.\sec x-1}-1)'}{(2x)'} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2\sec x.\tan x}{\sqrt{2\sec x-1}}}{2}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{0}{2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

5. b yerine 1 konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği. oluşmaktadır. L'Hospital kuralı uygulanırsa

$$\lim_{b\to 1}\frac{(a-a^b)}{(a.\sin(\pi b))} = \lim_{b\to 1}\frac{-a^b.\ln a}{a\pi.\cos\pi b}$$

$$= \frac{a.\ln a}{a\pi.(-1)}$$

$$= -\frac{1}{\pi}.\ln a \text{ bulunur.}$$

NOT: Pay ve paydanın b ye göre türevi alınmalıdır. Çünkü değişken b dir.

Yanıt D

6. x yerine y konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa, pay ve paydanın x e göre türevi alınmalıdır. Çünkü değişken x tir.

$$\lim_{x\to y}\frac{\left(3x^3y+2y^4-2xy^3-3x^2y^2\right)'}{\left(x^3y-2y^2x^2-y^3x+2y^4\right)'} = \lim_{x\to y}\frac{9x^2y-2y^3-6xy^2}{3x^2y-4xy^2-y^3}$$

$$= \frac{9y^3-2y^3-6y^3}{3y^3-4y^3-y^3}$$

$$= \frac{y^3}{-2y^3}$$

$$= -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

7. x yerine 2 konulursa $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 2}\frac{\left[f(x^3-2)-f(x^2+2)\right]'}{(x-2)'} = \lim_{x\to 2}\frac{3x^2f'(x^3-2)-2x\,f'(x^2+2)}{1}$$

$$= 3.2^2f'(2^3-2) - 2.2.f'(2^2+2)$$

$$= 12f'(6) - 4f'(6)$$

$$= 8f'(6) \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

8. x yerine 1 konulduğunda, $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left[\tan(x^2-1)\right]'}{(x-1)'} = \lim_{x\to 1}\frac{2.x.\left[1+\tan^2(x^2-1)\right]}{1}$$

$$= \frac{2.1.(1+\tan^2 0)}{1}$$

$$= \frac{2}{1} = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

9. y = 4 değeri için pay 0 olmaktadır. Sonucun $\frac{4}{5}$ çıkması için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. Değişken y olduğundan y ye göre türev alınmalıdır. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{y\to 4}\frac{(y^2-16)'}{(y^2+my-24)'} = \lim_{y\to 4}\frac{2y}{2y+m} = \frac{8}{8+m} = \frac{4}{5}$$

$$40 = 32 + 4m$$

$$4m = 8$$

$$m = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

10. x = 1 değeri için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşmaktadır.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left[(x^2-1).\sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)\right]'}{\left[\cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)\right]'}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{\left[2x.\sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)+(x^2-1)(\pi x).\cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)\right]}{-(\pi x).\sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)}$$

$$= \frac{[2+0]}{-\pi}$$

$$= -\frac{2}{\pi} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

11. $$\lim_{x\to\infty}(2x^2+2x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}e^{\ln(2x^2+2x)^{\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to\infty}e^{\frac{1}{x^2}\ln(2x^2+2x)}$$

$x \to \infty$ değeri için $\dfrac{\ln(2x^2+2x)}{x^2}$ ifadesi $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik tipi oluşturmaktadır. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to\infty} e^{\frac{[\ln(2x^2+2x)]'}{(x^2)'}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\frac{4x+2}{2x^2+2x}}{2x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

12.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2x}\right)}{\frac{1}{2x}}$$

ifadesinde $x \to \infty$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2x}\right)\right]'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'} = \lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2x}\right)}{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\pi.\cos\left(\frac{\pi}{2x}\right)$$

$= \pi.\cos0 = \pi$ bulunur.

Yanıt D

13. $\lim\limits_{x\to0}2x^{2x} = \lim\limits_{x\to0}e^{\ln(2x)^{2x}} = \lim\limits_{x\to0}e^{2x.\ln(2x)} = \lim\limits_{x\to0}e^{\frac{\ln(2x)}{\frac{1}{2x}}}$

ifadesinde $x = 0$ değeri için $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği oluşur.

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to0}e^{\frac{[\ln 2x]'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to0}e^{-2x}$$

$= e^0 = 1$ bulunur.

Yanıt D

14. $\lim\limits_{x\to0}(\cos^2x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to0}e^{\frac{\ln(\cos^2x)}{x^2}}$

ifadesinde $x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to0}e^{\frac{\left[\ln(\cos^2x)\right]'}{(x^2)'}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{\frac{-2\cos x.\sin x}{\cos^2x}}{2x}}$$

$= \lim\limits_{x\to0}e^{-\frac{\sin x}{x.\cos x}}$ ($x = 0$ için, $\frac{0}{0}$ belirsizliği devam etmektedir.)

L'hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x\to0}e^{-\frac{(\sin x)'}{(x.\cos x)'}}$$

$$= \lim_{x\to0}e^{-\frac{\cos x}{\cos x - x\sin x}}$$

$= e^{-\frac{1}{1}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$ bulunur.

Yanıt C

15. $x = 0$ için $\infty - \infty$ belirsizlik tipi oluşur. Payda eşitlenirse

$$\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1-x}{2.x.(e^{3x}-1)}$$

ifadesi $x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüşür.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to0}\frac{\left(e^{3x}-1-x\right)'}{\left[2.x.(e^{3x}-1)\right]'} = \lim_{x\to0}\frac{3e^{3x}-1}{2(e^{3x}-1)+2x.3e^{3x}}$$

$$= \frac{3.e^0-1}{2.(e^0-1)+2.0.3.e^0}$$

$= \frac{2}{0} = +\infty$ bulunur.

Yanıt E

16.

$$\lim_{x\to0}(\tan x)^{x^2} = \lim_{x\to0}e^{\ln(\tan x)^{x^2}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{\ln(\tan x)}{\frac{1}{x^2}}}$$

ifadesinde $x = 0$ için $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa

$$\lim_{x\to0}e^{\frac{[\ln(\tan x)]'}{\left(\frac{1}{x^2}\right)'}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{\frac{1+\tan^2x}{\tan x}}{\frac{-2}{x^3}}}$$

$$\lim_{x\to0}e^{\frac{x^3.(1+\tan^2x)}{2\tan x}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{x^3\left(1+\frac{\sin^2x}{\cos^2x}\right)}{2\frac{\sin x}{\cos x}}}$$

$$\lim_{x\to0}e^{\frac{x^3\left(\frac{\cos^2x+\sin^2x}{\cos^2x}\right)}{2\frac{\sin x}{\cos x}}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{x^3}{\cos^2x}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\cos x}{\sin x}}$$

$x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to0}e^{\frac{x^3}{\sin2x}} = \lim_{x\to0}e^{\frac{(x^3)}{(\sin2x)'}}$$

$\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{3x^2}{2\cos2x}} = e^0 = 1$ bulunur.

Yanıt B

17. $\lim\limits_{x\to0}\ln(\cos x)^{\cot x} = \lim\limits_{x\to0}\left[\cot x.\ln(\cos x)\right]$

$$= \lim_{x\to0}\frac{\ln(\cos x)}{\tan x}$$

$x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to0}\frac{\ln(\cos x)}{\tan x} = \lim_{x\to0}\frac{(\ln(\cos x))'}{(\tan x)'}$$

$\lim\limits_{x\to0} = \frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{\frac{1}{\cos^2x}} = \lim\limits_{x\to0}(-\sin x.\cos x) = -0.1 = 0$ bulunur.

Yanıt C

18. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(\sin2x)^{\tan^22x} = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}e^{\ln(\sin2x)^{\tan^22x}} = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}e^{\tan^22x.\ln(\sin2x)}$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}e^{\frac{\ln(\sin2x)}{\cot^22x}} = e^{\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\ln(\sin2x)}{\cot^22x}}$$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\ln(\sin2x)}{\cot^22x} \to \frac{0}{0}$ belirsizliği.

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\ln(\sin2x)'}{(\cot^22x)'} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{2\cos2x}{\sin2x}}{4.\cot2x.\left(-\frac{1}{\sin^22x}\right)}$$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cot2x}{2.\cot2x}.(-\sin^22x) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(-\frac{\sin^22x}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ bulunur.

Ohalde,

$e^{\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cot2x}{2.\cot2x}.(-\sin^22x)} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$ olur.

Yanıt C

19. $x = 5$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x\to5}\frac{(\sqrt{3x+1}-4)'}{(x-5)'} + \lim_{x\to5}\frac{[\tan(11x-55)]'}{[\tan(16x-80)]'}$$

$$= \lim_{x\to5}\frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3x+1}}}{1} + \lim_{x\to5}\frac{11+11\tan^2(11x-55)}{16+16\tan^2(16x-80)}$$

$= \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{16}} + \frac{11+0}{16+0} = \frac{3}{8} + \frac{11}{16} = \frac{17}{16}$ bulunur.

Yanıt B

20. $x = 2$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to2}\frac{\left[\sin(x-2).\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]'}{\left[\tan\left(x^2-4\right).\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)\right]'}$$

$$= \lim_{x\to2}\frac{\cos(x-2).\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)+\sin(x-2).2.\frac{\pi}{2}.\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right).\left(-\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right)}{2x\left(1+\tan^2\left(x^2-4\right)\right)\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)+\tan\left(x^2-4\right).\frac{\pi}{12}.\cos\left(\frac{\pi x}{12}\right)}$$

$= \frac{1}{4.(1).\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt D

TEST 16 ARTAN ve AZALAN FONKSİYONLAR

1. $f(x) = x^3 - 27x + 2$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) (−2, 2) B) (−3, 3) C) (0, 5) D) (3, +∞) E) (−∞, −3)

2. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 12$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞,−2) B) (4,∞) C) (−∞,2) ∪ (4,∞) D) (−4,2) E) (−2,4)

3. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima artandır?

A) $y = x^2 + x - 1$ B) $y = x^3 - 6x + 1$ C) $y = x^4 - 8$ D) $y = x^3 + x^2 + 7x$ E) $y = x^3 - 5x - 1$

4. $f(x) = x^2 - (a + 2)x + 2a + 1$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık (3, ∞) olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $f(x)=\frac{2x+1}{x+5}$ fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−1, ∞) B) (1, ∞) C) (−1, 5) D) R − {−5} E) R

6. $f(x)=\frac{x^2+mx}{x+3}$ fonksiyonunun daima artan olması için m ne olmalıdır?

A) m = 3 B) m > 3 C) m ≥ 3 D) m < 3 E) 2 < m < 4

7. $f : R - \{3\} \to R - \{m\}$, $f(x) = \frac{mx+4}{x+3}$ fonksiyonu azalmayan bir fonksiyon olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m \le -\frac{4}{3}$ B) $m < -\frac{4}{3}$ C) $m \ge \frac{4}{3}$ D) $m > \frac{4}{3}$ E) $m \le \frac{4}{3}$

8. $f(x) = x^3 + (a + 1)x^2 + 3x + 4$ fonksiyonu ∀x∈R için artan olduğuna göre, a hangi aralıkta olmalıdır?

A) (−4, −3) B) (−4, −1) C) (−4, 2) D) (1, 4) E) (2, 4)

9. $y=\frac{x-2}{mx+3}$ fonksiyonunun daima artan olması için m aşağıdakilerden hangisini sağlamalıdır?

A) m = −1 B) $m > -\frac{3}{2}$ C) $m < \frac{3}{2}$ D) m > 1 E) m < − 1

10. $f(x)=\sqrt{-x^2+7x-12}$ fonksiyonunun daima artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-7,-\frac{5}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{7}{2},-3\right)$ C) $\left(-\frac{7}{2},1\right)$ D) $\left(3,\frac{7}{2}\right)$ E) (3,7)

11. x = at + 3

y = (a + 1)t − 4 parametrik denklemi ile verilen y = f(x) fonksiyonunun daima azalan olması için a hangi aralıkta olmalıdır?

A) (−3, −2) B) (−1, 0) C) (0,1) D) (1,2) E) (2,3)

12. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 7$ ve $g(x) = 2x + 1$ olduğuna göre, (fog)(x) fonksiyonunun daima azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−6, −2) B) (−3, 0) C) (−3, 1) D) (0, 5) E) (0, 7)

13. Uygun koşullarda tanımlanan,

$y = f(x) = \frac{x+3}{x-5}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f′(x) > 0 B) f″(6) = 18 C) f′(6) = 8 D) f″(4) = 16 E) Daima azalandır.

14. f(x) fonksiyonu, x in pozitif ve gerçel her değeri için artan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalandır?

A) $\frac{1}{2}f(x)$ B) $x^3 + f(x)$ C) x + f(x) D) $x^{-2} - f(x)$ E) $[f(x)]^3$

15. f(x) fonksiyonu (0, b) aralığında pozitif ve azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta daima artandır?

A) $f(x)-x^2$ B) $[f(x)]^3$ C) $\frac{1}{f(x)}$ D) 5f(x) E) $[f(x)]^2$

16. ∀ x ∈ (a, b) için f′(x) < 0 olduğuna göre, verilen aralıkta aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) f(x) > 0 B) f(x) < 0 C) f(a) < f(b) D) f(x) < f(b) E) f(x) < f(a)

17. Şekilde f′(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f(x) fonksiyonunun artan olduğu aralıktaki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) −12 B) −7 C) −3 D) 7 E) 9

18. Şekilde f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığındaki grafikleri verilmiştir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta daima artandır?

A) f(x) + g(x) B) f(x).g(x) C) $\frac{f(x)}{g(x)}$ D) $[f(x)]^3$ E) $[g(x)]^2$

19. Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f′(−6) < 0 B) f(1).f′(1) = 0 C) f(4).f′(4) > 0 D) f′(0).f′(−8) > 0 E) f′(2).f′(−3) < 0

20. Şekilde verilen grafik y = f′(x) fonksiyonuna aittir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) 6 < x < 8 aralığında f(x) artandır.

B) −5 < x < −4 aralığında f(x) azalandır.

C) −2 < x < 4 aralığında f(x) artandır.

D) 5 < x < 6 aralığında f′(x) < 0

E) 4 < x < 5 aralığında f(x) azalandır.

TEST 16'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $f'(x) < 0$ olduğu yerde azalandır.

$f(x) = x^3 - 27x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 27$

$3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9$

$\Rightarrow x = 3$ veya $x = -3$ olur.

x		−3		3	
f'(x)	+	0	−	0	+

(−3, 3) aralığında $f'(x) < 0$ dır.(−3,3) aralığında (fx) fonksiyonu azalandır.

Yanıt B

2. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 12$ fonksiyonunun 1. türevi alınırsa

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$ tür. Köklerini bulursak

$3x^2 - 6x - 24 = 0$

$3(x^2 - 2x - 8) = 0$

$(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$, $x = -2$

İşaret tablosu yapılırsa,

x		−2		4	
f'(x)	+	0	−	0	+
f(x)	↗		↘		↗

Fonksiyonunun azalan olduğu aralık (−2, 4) tür.

Yanıt E

3. Bir fonksiyonun daima artan olabilmesi için 1. türevinin daima pozitif olması gerekir.

D şıkkında verilen fonksiyona bakılırsa

$f(x) = x^3 + x^2 + 7x$

$f'(x) = 3x^2 + 2x + 7$ denkleminin diskriminantı incelendiğinde

$\Delta = 2^2 - 4.3.7$

$\Delta = 4 - 84$

$\Delta = -80$ reel kökleri yoktur. x^2 nin katsayısı pozitif olduğundan $f'(x) = 3x^2 + 2x + 7$ fonksiyonu $\forall x \in R$ için

$f'(x) > 0$ dır.

O halde, $f(x) = x^3 + x^2 + 7x$ fonksiyonu daima artandır.

Yanıt D

4. $f(x) = x^2 - (a + 2)x + 2a + 1$ fonksiyonunun artan olduğu aralık $(3, \infty)$ ise $x = 3$ noktası yerel ekstremum noktasıdır.

$f'(3) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 2x - (a + 2)$

$f'(3) = 6 - a - 2 = 0$

$\Rightarrow a = 4$ tür.

Yanıt D

5. f(x) in artan olması için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$f'(x) = \dfrac{2(x+5) - (2x+1)}{(x+5)^2} = \dfrac{9}{(x+5)^2}$ olur.

$f'(x) = \dfrac{9}{(x+5)^2}$ ifadesi $x = -5$ dışındaki bütün değerler için sıfırdan büyüktür. O halde $R \setminus \{-5\}$ de $f'(x) > 0$ olur.

Yanıt D

6. Verilen fonksiyonunun daima artan olması için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$f(x) = \dfrac{x^2 + mx}{x + 3}$

$f(x) = \dfrac{(2x + m) . (x + 3) - (x^2 + mx)}{(x + 3)^2}$

$\Rightarrow f(x) = \dfrac{2x^2 + 6x + mx + 3m - x^2 - mx}{(x + 3)^2}$

$\Rightarrow f(x) = \dfrac{x^2 + 6x + 3m}{(x + 3)^2}$

$(x + 3)^2 > 0$ olduğundan $f'(x) > 0$ olması için

$x^2 + 6x + 3m > 0$ olmalıdır.

$\Delta < 0$ olmalı $\Rightarrow 6^2 - 4 . 3m < 0$

$\Rightarrow 12m > 36$

$\Rightarrow m > 3$ olmalıdır.

Yanıt B

7. f(x) azalmayan bir fonksiyon olduğuna göre, $f'(x) \geq 0$ dır.

$f'(x) = \dfrac{m.(x+3) - (mx+4).1}{(x+3)^2} = \dfrac{mx + 3m - mx - 4}{(x+3)^2}$

$= \dfrac{3m - 4}{(x+3)^2} \geq 0$

$(x + 3)^2 > 0$ olduğundan $3m - 4 \geq 0$ yani $m \geq \dfrac{4}{3}$ olmalıdır.

Yanıt C

8. $f'(x) = 3x^2 + 2.(a + 1).x + 3 > 0$ olmalıdır.

x^2 nin katsayısı pozitif olduğundan $f'(x) > 0$ olması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

$\Delta = 4.(a + 1)^2 - 4.3.3 = 4.[(a + 1)^2 - 9] = 0$

$\Rightarrow (a + 1)^2 = 9$

$-3 < a + 1 < 3$

$-4 < a < 2$

Bu durumda $-4 < a < 2$ için f(x) artandır.

Yanıt C

9. $y = \dfrac{x - 2}{mx + 3}$

$y' = \dfrac{(x - 2)' . (mx + 3) - (x - 2)(mx + 3)'}{(mx + 3)^2} > 0$ olmalı

$= \dfrac{mx + 3 - (x - 2) . m}{(mx + 3)^2} > 0$

$= \dfrac{mx + 3 - mx + 2m}{(mx + 3)^2} > 0$

$= \dfrac{3 + 2m}{(mx+3)^2} > 0$

$\Rightarrow 3 + 2m > 0$

$m > -\dfrac{3}{2}$ olmalıdır.

Yanıt B

10. f(x) in artan olması için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$f'(x) = \dfrac{-2x + 7}{2.\sqrt{-x^2 + 7x - 12}} > 0 \Rightarrow -2x + 7 > 0$

$\Rightarrow x \neq 3$ ve $x < \dfrac{7}{2}$ olur....(I)

Ancak fonksiyonun tanımlı olması için

$-x^2 + 7x - 12 \geq 0$ olmalıdır.

$-x^2 - 7x + 12 \leq 0$

$(x - 3)(x - 4) \leq 0$

Kökler $x = 3$ ve $x = 4$ olur.

x		3		4	
$-x^2 + 7x - 12$	−	0	+	0	−

$-x^2 + 7x - 12 \geq 0$ olması için, $3 \leq x \leq 4$ olmalıdır. (II)

I. ve II. eşitsizliklerinden $3 < x < \dfrac{7}{2}$ bulunur.

Yanıt D

11. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \dfrac{(a+1)}{a}$

fonksiyon azalan olduğundan $\dfrac{dy}{dx} < 0$ olmalıdır.

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(a+1)}{a} < 0 \Rightarrow$

	−1		0	
+		−		+

fonksiyon (−1,0) aralığında azalandır.

Yanıt B

12. (fog)(x) in azalan olması için $(fog)'(x) < 0$ olmalıdır.

$(fog)'(x) = f'(g(x)).g'(x)$

$f'(x) = 3x^2 + 12x - 15 = 3(x^2 + 4x - 5) = 3.(x + 5)(x - 1)$

$f'(g(x)) = 3.(2x + 1 + 5).(2x + 1 - 1) = 3.(2x + 6).2x$

$= 6x(2x + 6)$

$g'(x) = 2$

$(fog)'(x) = 12.(2x + 6).x$

Kökler $x = -3$ ve $x = 0$ dır.

		−3		0	
f'(x)	+		−		+
f(x)	↗		↘		↗

Fonksiyon (−3, 0) aralığında daima azalandır.

Yanıt B

13. $f(x) = \dfrac{x+3}{x-5}$

Bölümün türevinden;

$f'(x) = \dfrac{x-5-(x+3)}{(x-5)^2} = \dfrac{x-5-x-3}{(x-5)^2} = \dfrac{-8}{(x-5)^2}$

$(x-5)^2 > 0$ olduğundan 5 dışında bütün x değerleri için $f'(x) < 0$ olduğundan f(x) daima azalandır.

Yanıt E

14. f(x) fonksiyonu x in pozitif ve gerçel her değeri için artan bir fonksiyon olduğundan $x > 0$ ve $f'(x) > 0$ dır.

A) $\left(\frac{1}{2} f(x)\right)' = \frac{1}{2} f'(x) > 0$

B) $[x^3 + f(x)]' = 3x^2 + f'(x) > 0$

C) $[x + f(x)]' = 1 + f'(x) > 0$

D) $[x^{-2} - f(x)]' = -\frac{2}{x^3} - f'(x) < 0$

E) $\left[[f(x)]^3\right]' = 3\,(f(x))^2 \,.\, f'(x) > 0$

Aynı aralıkta azalan olan fonksiyon D seçeneğindekidir.

Yanıt D

15. f(x) fonksiyonu (0, b) aralığında azalan olduğu için $f'(x) < 0$ dır. Aynı zamanda $f(x) > 0$ dır.

Verilen fonksiyonlardan 1. türevi pozitif olan fonksiyon artandır.

★ A seçeneğinde $[f(x) - x^2]' = \underbrace{f'(x)}_{-} - 2x < 0$ olduğundan azalandır.

★ B seçeneğinde $([f(x)]^3)' = 3.\underbrace{f^2(x)}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ olduğundan azalandır.

★ C seçeneğinde $\left[\dfrac{1}{f(x)}\right]' = -\dfrac{f'(x)}{f^2(x)} > 0$ olduğundan artandır.

★ D seçeneğinde $[5f(x)]' = 5.\underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ olduğundan azalandır.

★ E seçeneğinde $[f^2(x)]' = 2.\underbrace{f(x)}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ olduğundan azalandır.

Yanıt C

16. $f'(x) < 0$ olduğundan f(x) azalan bir fonksiyondur. Dolayısıyla $\forall x \in (a, b)$ için $f(a) > f(x) > f(b)$ olur.

Yanıt E

17. f(x) in artan olduğu aralıkta;

$f'(x) > 0$ dır.

Grafiğe göre; $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$ bölgesinde f(x) artandır. Bu aralıktaki ..., –6, –5, –4, –3, 5, 6, ... tam sayıların toplamı

$... + (-6) + (-5) + (-4) + (-3) + 5 + 6 + ... = -7$ dir.

Yanıt B

18. f(x) fonksiyonu (a,b) aralığında pozitif ve azalandır.

$\Rightarrow f(x) > 0,\ f'(x) < 0$

g(x) fonksiyonu (a,b) aralığında negatif ve artandır

$\Rightarrow g(x) < 0,\ g'(x) > 0$

A seçeneğinde $[f(x)+g(x)]' = \underbrace{f'(x)}_{-} + \underbrace{g'(x)}_{+}$

B seçeneğinde $[f(x)g(x)]' = \underbrace{f'(x)}_{-}\,\underbrace{g(x)}_{-} + \underbrace{g'(x)}_{+}\,\underbrace{f(x)}_{+} > 0,$

fonksiyon artandır.

C seçeneğinde $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' = \dfrac{\overbrace{f'(x)}^{-}.\overbrace{g(x)}^{-} - \overbrace{g'(x)}^{+}.\overbrace{f(x)}^{+}}{\underbrace{g^2(x)}} < 0$

D seçeneğinde $([f(x)]^3)' = 3.\underbrace{f^2(x)}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ azalandır.

E seçeneğinde $([g(x)]^2)' = 2.\underbrace{g(x)}_{-}.\underbrace{g'(x)}_{+} < 0$ azalandır.

Yanıt B

19. A seçeneğinde, y = f(x) fonksiyonu $-\infty < x < -5$ aralığında azalan olduğu için $f'(-6) < 0$ dır.

B seçeneğinde, x = 1 fonksiyonun maksimum noktası olduğundan $f'(1) = 0$ dır.

C seçeneğinde $3 < x < \infty$ aralığında fonksiyon artan olduğundan $f'(4) > 0$ dır. Ayrıca $f(4) > 0$ olduğundan $f(4).f'(4) > 0$ olur.

D seçeneğinde, $-5 < x < 1$ aralığında artan olduğundan $f'(0) > 0$ ve

$-\infty < x < -5$ aralığında azalan olduğundan $f'(-8) < 0$ dır.

Yani $f'(0).f'(-8) < 0$ olur. (YANLIŞTIR)

E seçeneğinde $1 < x < 3$ aralığında azalan olduğundan $f'(2) < 0$ ve $-5 < x < 1$ aralığında artan olduğundan $f'(-3) > 0 \Rightarrow f'(2).f'(-3) < 0$ olur.

Yanıt D

20. $-2 < x < 4$ aralığında $f'(x) = 0$ olduğundan, f(x) bu aralıkta sabit fonksiyondur.

Yanıt C

TEST 17 ARTAN ve AZALAN FONKSİYONLAR

1. $f : R \to R$ $f(x) = ax^3 - bx^2 - 9x + 7$ fonksiyonu (–1,3) aralığında azalan bir fonksiyon olduğuna göre, (a + b) toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $y = x^3 + ax^2 + 2x + 6$ fonksiyonu daima artan olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a^2 - 6 > 0$ B) $4a^2 - 6 > 0$ C) $3a^2 - 3 < 0$
D) $a^2 - 6 < 0$ E) $a^2 + 6 < 0$

3. $f : [0,2\pi] \to R$

$f(x) = 2\cos x - 2\sin x$ fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ B) $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$
D) $\left(\pi, \frac{3\pi}{4}\right)$ E) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$

4. $f : R - \{4\} \to R$, $f(x) = \dfrac{-x^2+a}{-x+4}$ fonksiyonunun daima artan olması için a nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 18 D) 19 E) 21

5. $f : R - \{2\} \to R$, $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-2}$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde daima artandır?

A) $(-\infty, \infty)$
B) $(-\infty, \infty) - \{2\}$
C) $(2, \infty)$
D) $(-\infty, 2)$
E) Daima artan olduğu aralık yoktur.

6. $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ fonksiyonu aşağıdakilerin hangisinde daima artandır?

A) $2 < x$ B) $-1 < x < 1$ C) $-2 < x < 0$
D) $0 < x < 2$ E) $0 < x < 1$

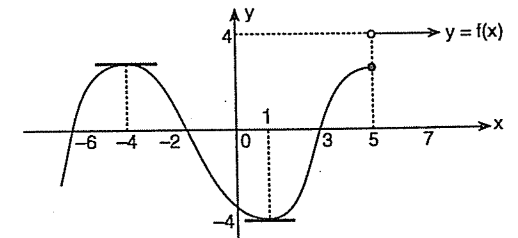
7. $x \in (-\infty, 0)$ olmak üzere f(x) fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında azalan ise aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) $f'(-4) < f'(-5)$ B) $\dfrac{f'(-2)}{x} < 0$ C) $2x.f'(-1) > 0$
D) $\dfrac{f(2)}{f'(-2)} = 2$ E) $x^5 + f'(-3) = 0$

8. f(x) fonksiyonu $(0, \infty)$ aralığında pozitif değerli azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta artandır?

A) $\dfrac{4}{f(x)}$ B) $-\dfrac{1}{f(x)}$ C) $[f(x)]^3$
D) $[f(x)]^2$ E) $-\dfrac{1}{[f(x)]^2}$

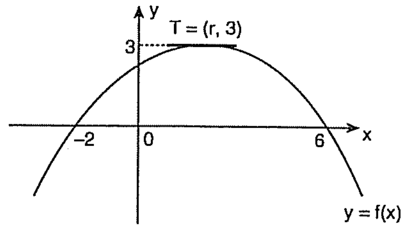
9.



y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-5) > 0$ B) $f'(-4) = 0$ C) $f'(7) = 0$
D) $f'(2) > 0$ E) $f'(-3) > 0$

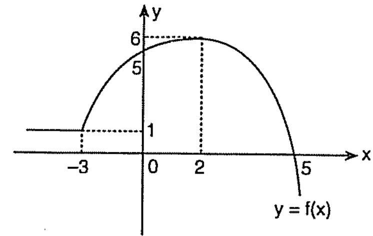
10.



Tepe noktası T(r, 3) olan $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(2) > 0$ B) $f'(5) = 0$ C) $f'(-1) < 0$
D) $f'(-2) > 0$ E) $f'(0) > 0$

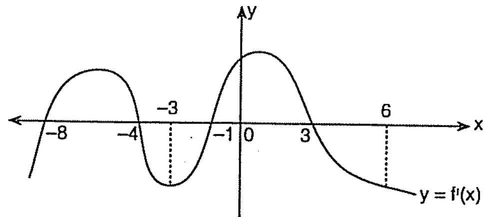
11.



$f : R \to R$ olmak üzere f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $f'(-2) < f'(5)$ B) $f'(0) > f'(2)$ C) $f'(2) < f'(3)$
D) $f'(-4) = f'(4)$ E) $f'(0) = f'(3)$

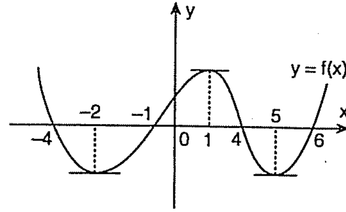
12.



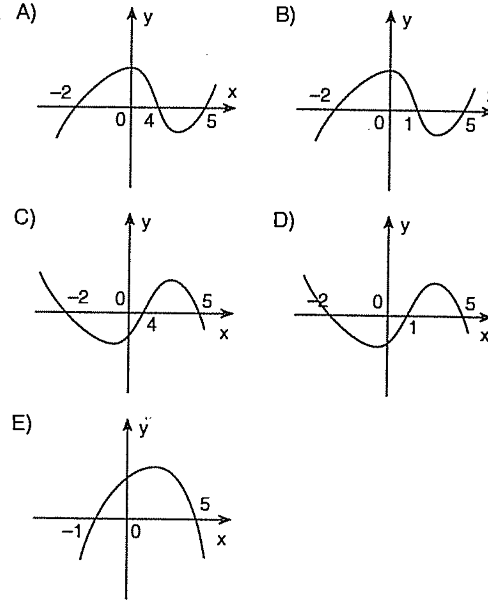
$f : R \to R$ olmak üzere $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) (–8, –4) aralığında azalandır.
B) (–4, 3) aralığında artandır.
C) (6, ∞) aralığında sabit fonksiyondur.
D) (–1, 3) aralığında artandır.
E) (0, 3) aralığında azalandır.

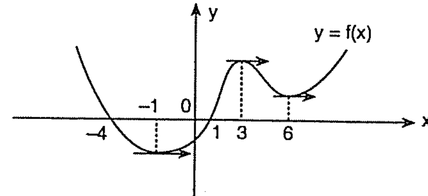
13.



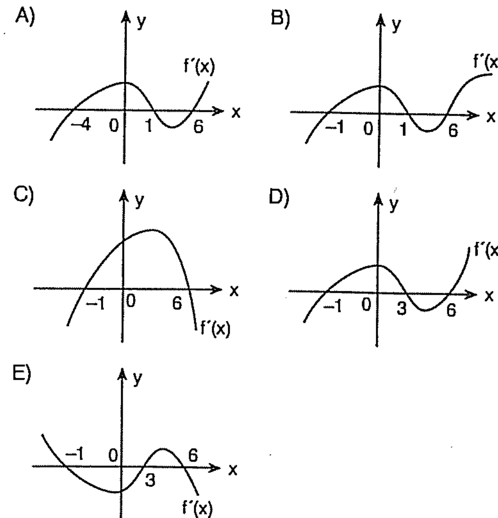
Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f′(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



14.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f′(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



TEST 17'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. f(x) fonksiyonu (–1,3) aralığında azalan bir fonksiyon ise bu aralıkta $f'(x) < 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 3ax^2 - 2bx - 9$ fonksiyonunun kökleri

x = –1 ve x = 3 olacağından.

$x = -1 \Rightarrow 3a + 2b - 9 = 0$
$3a + 2b = 9 \ldots (I)$
$x = 3 \Rightarrow 27a - 6b - 9 = 0$
$27a - 6b = 9$
$9a - 2b = 3 \ldots (II)$

I ve II den
$3a + 2b = 9$
$+ \; 9a - 2b = 3$
$12a = 12$
a = 1 ve b bulunur.

a + b = 1 + 3 = 4 bulunur.

Yanıt D

2. $y' > 0$ olmalı

$3x^2 + 2ax + 2 > 0$ olması için $\Delta < 0$ olmalı.

$(2a)^2 - 4.3.2 < 0 \Rightarrow 4a^2 - 24 < 0 \Rightarrow a^2 - 6 < 0$ olur.

Yanıt D

3. $f'(x) = -2\sin x - 2\cos x$ ise $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$-2\sin x - 2\cos x > 0$

$\sin x + -\cos x > 0$

$\sin x < -\cos x$ olmalıdır. $\sin x = -\cos x$ denkleminin kökleri,

$x_1 = \frac{3\pi}{4}$ v $x_2 = \frac{7\pi}{4}$ bulunur.

x		$\frac{3\pi}{4}$		$\frac{7\pi}{4}$	
f(x)	–	0	+	0	–

$\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ aralığında artandır.

Yanıt B

4. f(x) in daima artan olabilmesi için, f(x) in sıfırdan büyükolması gerekir.

$$f'(x) = \frac{-2x(-x+4)-(-1)(-x^2+a)}{(-x+4)^2} = \frac{x^2-8x+a}{(-x+4)^2} > 0$$

$x \neq 4$ için $(-x + 4)^2 > 0$ olduğundan $x^2 - 8x + a > 0$ olmalıdır.

$\Delta < 0$ ise

$64 - 4.1.a < 0 \Rightarrow 16 < a$ bulunur. Dolayısıyla en küçük tamsayı değeri 17 bulunur.

Yanıt B

5. f(x) in artan olduğu aralıkta $f'(x) > 0$ olmalıdı.

$$f'(x) = \frac{3(x-2)-(3x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2} > 0$$

$x \neq 2$ için $(x - 2)^2 > 0$ ve $-7 < 0$ için $f'(x) < 0$ olacağından f(x) heryerde azalandır. Fonksiyonun artan olduğu aralık yoktur. **Yanıt E**

6. f(x) in artan olduğu aralıkta $f'(x) > 0$ olur.

$$f'(x) = \frac{x^2+1-2x.x}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$$

payda daima pozitif olacağından payın kökünü bulalım.

$-x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 \vee x_2 = -1$

x		–1		1	
f'(x)	–	0	+	0	–
f(x)	azalan		artan		azalan

Artan olduğu aralık $-1 < x < 1$ olur. **Yanıt B**

7. f(x) fonksiyonu (–∞, 0) aralığında azalan olduğundan aynı aralıkta $f'(x) < 0$ dır. Buna göre,

A) $f'(-5) < f'(-4)$ dür. (Yanlış)

B) $f'(-2) < 0$ ve $x < 0$ olduğundan $\frac{f'(-2)}{x} > 0$ olmalıdır. (Yanlış)

C) $x < 0$ ve $f'(-1) < 0$ olduğundan $2x.f'(-1) > 0$ olur. (Doğru)

D) f(2) değeri bulunamaz. Dolayısıyla $\frac{f(2)}{f(-2)}$ olduğu bilinemez. (Yanlış)

E) $x^5 < 0$ ve $f'(-3) < 0$ olduğundan $x^5 + f'(3) < 0$ dır. (Yanlış) **Yanıt C**

8. f(x) pozitif değerli azalan fonksiyon ise $f'(x) < 0$ dır.

A) $y = \frac{4}{f(x)} \Rightarrow y' = \frac{\overbrace{-4f'(x)}^{+}}{\underbrace{[f(x)]^2}_{+}} > 0$ ise y artandır.

B) $y = \frac{-1}{f(x)} \Rightarrow y' = \frac{\overbrace{f'(x)}^{-}}{\underbrace{[f(x)]^2}_{+}} < 0$ ise y azalandır.

C) $y = [f(x)]^3 \Rightarrow y' = \underbrace{3[f(x)]^2}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ ise azalandır.

D) $y = [f(x)]^2 \Rightarrow y' = \underbrace{2f(x)}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ ise y azalandır.

E) $y = -\frac{1}{[f(x)]^2} \Rightarrow y' = \frac{\overbrace{2f(x)}^{+}.\overbrace{f'(x)}^{-}}{\underbrace{f'(x)}_{+}} < 0$ ise y azalandır.

Yanıt A

9.

x	$-\infty$ -4	1	5	∞
f(x)	Artan	Azalan	Artan	Sabit
f'(x)	+	−	+	0

f(x) artan fonksiyon ise $f'(x) > 0$

f(x) azalan fonksiyon ise $f'(x) < 0$ olmalıdır.

Buna göre,

A) $x = -5$ için f(x) artandır ve $f'(-5) > 0$ olmalıdır. (Doğru)

B) $x = -4$ noktasında yerel maksimum değeri olduğundan $x = -4$ değeri türevin köküdür ve $f'(-4) = 0$ olur. (Doğru)

C) $x = 7$ için f(x) sabit fonksiyon olduğundan $f'(7) = 0$ dır. (Doğru)

D) $x = 2$ için f(x) artandır ve $f'(2) > 0$ olmalıdır. (Doğru)

E) $x = -3$ için f(x) azalandır ve $f'(-3) < 0$ olmalıdır. (Yanlış)

Yanıt E

10. f(x) fonksiyonu $(-\infty, 2)$ aralığında artan, $(2, \infty)$ aralığında azalan ve (2, 3) noktasında yerel maksimumu olan bir fonksiyon olduğuna göre,

A) $x = 2$ için $f'(2) = 0$ olmalıdır. (Yanlış)

B) $f'(5) < 0$ azalan fonksiyondur. (Yanlış)

C) $f'(-1) > 0$ artan fonksiyondur. (Yanlış)

D) $f'(-2) > 0$ artan fonksiyondur. (Doğru)

E) $f'(0) > 0$ artan fonksiyondur. (Yanlış)

Yanıt D

11.

x	$-\infty$ -3	2	∞
f(x)	Sabit	Artan	Azalan
f'(x)	0	+	−

A) $f'(-2) > 0$ ve $f'(5) = 0$ olduğundan $f'(-2) < f'(5)$ olamaz.

B) $f'(0) > 0$ ve $f'(2) = 0$ olduğundan $f'(0) > f'(2)$ kesinlikle doğrudur.

C) $f'(2) = 0$ ve $f'(3) < 0$ olduğundan $f'(2) < f'(3)$ yanlıştır.

D) $f'(-4) = f'(4)$ eşitliği kesinlikle yanlıştır.

E) $f'(0) > 0$ ve $f'(3) < 0$ olduğundan kesinlikle yanlıştır.

Yanıt B

12.

x	$-\infty$ -8	-4	-1	3	∞
f(x)	−	+	−	+	−
f'(x)	↘	↗	↘	↗	↘

A) (-8, -4) aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f(x) artandır. (Yanlış)

B) (-4, -3) aralığında $f'(x) < 0$ olduğundan f(x) azalandır. (Yanlış)

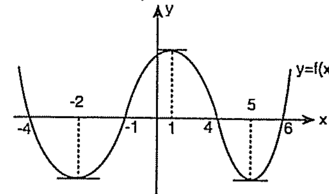
C) $(6, \infty)$ aralığında $f'(x) < 0$ olduğundan f(x) azalandır. (Yanlış)

D) (-1, 3) aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f(x) artandır. (Yanlış)

E) (0, 3) aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f(x) artandır. (Yanlış)

Yanıt D

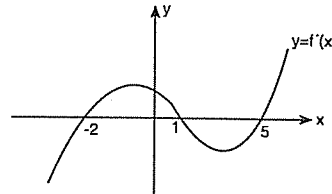
13.



fonksiyonun grafiğinden

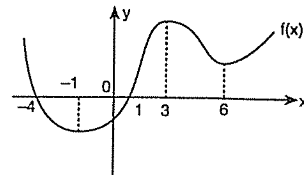
* $(-\infty, -2)$ aralığında f(x) azalan olduğundan $f'(x) < 0$
* $x = -2$ noktasında f(x) yerel minimum olduğundan $f'(-2) = 0$
* (-2, 1) aralığında f(x) artan olduğundan $f'(x) > 0$
* $x = 1$ noktasında f(x) yerel maksimum olduğundan $f'(1) = 0$
* (1,5) aralığında f(x) azalan olduğundan $f'(x) < 0$
* $x = 5$ noktasında f(x) yerel minimum olduğundan $f'(5) = 0$
* $(5, \infty)$ aralığında f(x) artan olduğundan $f'(x) > 0$ olur.

O halde, f'(x) in grafiği şekildeki gibidir.



Yanıt B

14.



$x = -1$, 3 ve 6 noktaları fonksiyonunun ekstremum noktalarıdır.

$f'(-1) = 0$, $f'(3) = 0$ ve $f'(6) = 0$ olmalıdır. D ve E seçeneğindeki grafiklerde bu koşul sağlanır.

$(-\infty, -1)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan, bu aralıkta $f'(x) < 0$ olmalıdır.

Yanıt D

TEST 18 TÜREVİN GEOMETRİK ANLAMI

1. $y = x^3 + x$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f(x) = \dfrac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x}$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(x) = x^3 - 1$ eğrisinin üzerindeki $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3x - 4$ B) $y = 3x - 3$

C) $y = 3x + 1$ D) $y = 3x - 1$

E) $y = 3x + 3$

4. $x^3 + y^3 - xy + mx = 8$ eğrisinin üzerindeki A(1, 1) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ B) 4 C) $-\frac{7}{2}$ D) −4 E) $-\frac{9}{2}$

5. $f(x) = \dfrac{2x+3}{x^2 - mx + 1 - m}$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi 1 olduğuna göre, m kaçtır?

A) −4 B) −2 C) 0 D) 2 E) 4

6. $y = 2x^2 - 5x + 1$ eğrisine üzerindeki A(1, −2) noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x + 2$ B) $y = x - 2$ C) $y = -x - 1$

D) $y = x - 3$ E) $y = x + 1$

7. $y = x^2 + 4$ parabolüne üzerindeki $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğet ile koordinat eksenlerinin oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

A) 9 B) $\frac{9}{2}$ C) 3 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{8}$

8. $y = x^2 + mx + n$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti $y = x + 2$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

9. $f(x) = 3^{\sin x}$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 3 = 0$ B) $y - 3x = 0$ C) $x - 3y = 0$
D) $y = 3$ E) $x = 3$

10. $y = x^3 + ax^2 - x + 1$ eğrisinin $y = -3 - x$ doğrusuna teğet olduğu noktanın apsisi $x = 2$ olduğuna göre, a kaç olmalıdır?

A) –3 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

11. $y = x$ doğrusu $y = x^2 + ax + b$ parabolüne $x = 1$ apsisli noktasında teğet olduğuna göre, $(2a + b)$ toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

12. $x^2 + y^2 - 3xy + 1 = 0$ eğrisinin A(1, 2) noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

13. $f : R^+ \rightarrow R$ olmak üzere,

$f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunun $x = 4$ apsisli noktasındaki teğeti x eksenini orijinden kaç birim uzaklıkta keser?

A) 28 B) 24 C) 20 D) 16 E) 10

14. $y = x^2 + 1$ eğrisinin hangi noktasındaki teğeti $y = \frac{3}{2}x - 5$ doğrusuna diktir?

A) (–1, –3) B) $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ C) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9}\right)$
D) (–2, 1) E) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{9}\right)$

15. $y = x^2 + (m + 3)x + 3m$ fonksiyonunun grafiği x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 2 E) 3

16. $y = x^3 - mx^2 + n$ eğrisinin x eksenine $x = 2$ apsisli noktasında teğet olması için m kaç olmalıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

17. $y = x^2 - 2x + 6$ eğrisinin x ekseniyle pozitif yönde 135° lik açı yapan teğetinin eğriye değme noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{21}{4}$ C) 5 D) $\frac{19}{4}$ E) $\frac{9}{2}$

18. $y = -x^2 + 1$ eğrisinin $2y = -x + 1$ doğrusuna dik olan teğetinin değme noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

TEST 18'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.

$f(x) = x^3 + x$

$f'(x) = 3x^2 + 1$

$f'(1) = 3.1 + 1 = 4$

Yanıt D

2. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.

$f(x) = \frac{2\sqrt{x}+x+1}{x}$

$f'(x) = \frac{\left(2.\frac{1}{2\sqrt{x}}+1\right).x-(2\sqrt{x}+1+x).1}{x^2}$

$f'(1) = \frac{(1+1).1-(2.1+1+1)}{1}$

$= 2 - 4$

$f'(1) = -2$ bulunur.

Yanıt A

3. $x = 1$ için $f(1) = 1^3 - 1 = 0$

Teğet (1, 0) noktasından geçer.

$f(x) = x^3 - 1$

$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m_T = f'(1) = 3$

Doğrunun eğimi 3 tür.

A(1,0) noktasından geçen $m_T = 3$ olan doğrunun denklemi, $y - 0 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 3$

Yanıt B

4. (1, 1) noktası eğri denklemini sağlayacaktır.

$x^3 + y^3 - xy + mx = 8$

$1 + 1 - 1 + m = 8$

$m = 7$

$F(x,y) = x^3 + y^3 - xy + 7x - 8 = 0$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{3x^2-y+7}{3y^2-x}$, (1,1) noktası için

$= -\frac{3.1^2-1+7}{3.1^2-1} = -\frac{9}{2}$

$m_t = F'(1,1) = -\frac{9}{2}$

Yanıt E

5. $x = -1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(-1) = 1$ dir.

$f'(x) = \frac{2.(x^2-mx+1-m)-(2x+3).(2x-m)}{(x^2-mx+1-m)^2}$

$f'(-1) = \frac{2.(1+m+1-m)-(-2+3).(-2-m)}{(1+m+1-m)^2} = 1$

$f'(-1) = \frac{4+m+2}{4} = 1$

$\Rightarrow m = -2$

Yanıt B

6. (1, –2) noktasında eğrinin teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.

$f(x) = 2x^2 - 5x + 1$

$f'(x) = 4x - 5$

$m_T = f'(1) = 4 - 5 = -1$

Teğet ve normal doğruları dik olduğundan,

$m_T \cdot m_N = -1$ dir.

$-1 \cdot m_N = -1$

$m_N = 1$ dir.

Eğimi 1 olan ve (1,–2) noktasından geçen doğru denklemi,

$y + 2 = 1.(x-1)$

$y = x - 3$ tür.

Yanıt D

7. $f(x) = x^2 + 4$ fonksiyonunun $x = 1$ deki teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.

$f'(x) = 2x$

$f'(1) = 2 \Rightarrow m_T = 2$ olur.

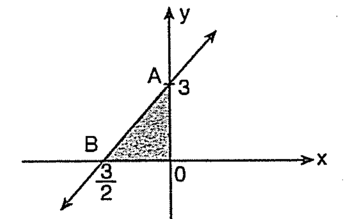
$x = 1$ için $y = 1^2 + 4 = 5$ dir.

(1, 5) noktasından geçen ve $m_T = 2$ olduğundan

$y - 5 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 2x - 3 = 0$ teğetin denklemi olur.

Teğet doğrusu $x = 0$ için $y = 3$

$y = 0$ için $x = -\frac{3}{2}$



Oluşan üçgenin alanı;

$\text{Alan(AOB)} = \frac{3.\frac{3}{2}}{2} = \frac{9}{4}$ br² dir.

Yanıt D

8. $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.

$y = x + 2$ teğet denklemi olduğundan $m_T = 1$ olur.

$f(x) = x^2 + mx + n$

$f'(x) = 2x + m$

$f'(1) = 2 + m = 1$

$m = -1$

Yanıt A

9. $f(x) = 3^{\sin x}$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğetinin eğimi $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ dir.

$f(x) = 3^{\sin x}$

$f'(x) = (\sin x)' \,.\, 3^{\sin x} \,.\, \ln 3$

$f'(x) = \cos x \,.\, 3^{\sin x} \,.\, \ln 3$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = m_T = \cos\frac{\pi}{2} \,.\, 3^{\sin\frac{\pi}{2}} \,.\, \ln 3 = 0$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3^{\sin\frac{\pi}{2}} = 3^1 = 3$

Eğimi $m = 0$ olan ve $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ noktasından geçen doğru denklemi yazılırsa; $y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 3 = 0.(x - \frac{\pi}{2})$

$y = 3$ tür.

Yanıt D

10. $y = -3 - x$ doğrusunun eğimi x in katsayısıdır.

$m_T = -1$ dir. ve $f'(2) = -1$ dir.

$f(x) = x^3 + ax^2 - x + 1$

$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax - 1$

$f'(2) = 3 \,.\, 2^2 + 2 \,.\, a \,.\, 2 - 1 = -1$

$f'(2) = 12 + 4a - 1 = -1$

$\Rightarrow 4a = -12$

$\Rightarrow a = -3$

Yanıt A

11. $y = x$ doğrusunun eğimi $m_T = 1 = f'(1)$ dir.

$f(x) = x^2 + ax + b$

$f'(x) = 2x + a$

$f'(1) = 2 + a = 1 \Rightarrow a = -1$

$y = x$ doğrusunda $x = 1 \Rightarrow y = 1$ dir.

(1, 1) noktası eğrinin de üzerinde olduğundan,

$f(1) = 1 \Rightarrow 1 + a + b = 1$

$\Rightarrow b = -a \Rightarrow b = 1$

$2a + b = -2 + 1 = -1$ olur.

Yanıt C

12. $F(x,y) = x^2 + y^2 - 3xy + 1$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-3y}{2y-3x}$ dir.

A(1,2) noktası için teğetinin eğimi,

$\frac{dy}{dx} = -\frac{2.1-3.2}{2.2-3.1} = -\frac{-4}{1} = 4$ tür.

F(x,y) fonksiyonunun A(1,2) noktasındaki teğetinin eğimi $m_t = 4$ ise normalinin eğimi,

$m_t . m_n = -1 \Rightarrow 4.m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{4}$ olur.

Yanıt E

13. $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} \Rightarrow f(4) = \frac{3}{2}$ dir.

Teğet $\left(4, \frac{3}{2}\right)$ noktasından geçer ve teğetin eğimi

$m_T = f'(4)$ tür.

$m_T = f'(4) \Rightarrow f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2} . \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

$\Rightarrow f'(4) = -\frac{1}{2} . \frac{1}{64} = -\frac{1}{16}$

$\left(4, \frac{3}{2}\right)$ noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{16}$ olan doğrunun denklemi, $y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{16}(x - 4)$

$16y - 24 = -x + 4$ olur.

$y = 0$ için $x = 28$ bulunur.

Yanıt A

14. Verilen doğrunun eğimi;

$m = \frac{3}{2}$ dir. Diklik bağıntısından

$m_1 . m_T = -1$

$\frac{3}{2} . m_T = -1$

$\Rightarrow m_T = -\frac{2}{3}$

$f(x) = x^2 + 1$

$\Rightarrow f'(x) = m_T$

$f'(x) = 2x = -\frac{2}{3}$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ için

$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = \frac{10}{9}$

O halde, $y = x^2 + 1$ eğrisinin

$\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{9}\right)$ noktasındaki teğeti, $y = \frac{3}{2}x - 5$

doğrusuna diktir.

Yanıt E

15. $f(x) = x^2 + (m + 3)x + 3m \Rightarrow f'(x) = 2x + m + 3$ olur.

Eğri x eksenine teğet olduğuna göre, bu noktadaki teğetin eğimi sıfırdır. Eğrinin x eksenini kestiği nokta için,

$0 = x^2 + (m + 3) \,.\, x + 3m \Rightarrow (x + m)(x + 3) = 0$ dır.

m 3

x eksenini, $x = -m$ ve $x = -3$ noktalarında keser.

x eksenine teğet olacağından,

$f'(-m) = 0$ veya $f'(-3) = 0$ dır.

$-2m + m + 3 = 0$ veya $-6 + m + 3 = 0$

$m = 3$ veya $m = 3$ bulunur.

Yanıt E

16. x ekseni $y = 0$ doğrusu olduğundan teğetin $x = 2$ noktasındaki eğimi sıfırdır.

$f'(2) = 0$ olmalıdır.

$f(x) = x^3 - mx^2 + n$

$f'(x) = 3x^2 - 2mx$

$f'(2) = 12 - 4m = 0$

$4m = 12$

$m = 3$

Yanıt C

17. Bir doğrunun eğimi x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantıdır.

$m_T = \tan 135° = -1$

$f'(x) = 2x - 2 = -1$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$ değme noktasının apsisidir.

$f(x) = x^2 - 2x + 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2.\left(\frac{1}{2}\right) + 6$

$= \frac{1}{4} - 1 + 6$

$= \frac{21}{4}$

Yanıt B

18. $2y = -x + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ doğrusunun eğimi

$m_d = -\frac{1}{2}$ dir.

$m_t \,.\, m_d = -1$

$m_t \,.\, \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$m_t = 2 = f'(x)$

$f(x) = -x^2 + 1$

$f'(x) = -2x = 2$

$x = -1$

$x = -1$ noktası eğri denklemini sağlamalıdır.

$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$

Nokta (−1, 0) dır. O halde, koordinatlar toplamı −1 dir.

Yanıt C

TEST 19 TÜREVİN GEOMETRİK ANLAMI

1. $y = f(x) = x^2 - 2ax + b$ fonksiyonuna $A(3, -5)$ noktasından çizilen teğet $2x - y + m = 0$ doğrusuna paralel olduğuna göre, a.b değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $y = f(x) = 2x^2 - mx + n$ fonksiyonuna $A(1, 2)$ noktasından çizilen teğet $x + 3y + a = 0$ doğrusuna dik olduğuna göre, m.n değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(\sin x) = \cos 2x$ olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun $x = \frac{1}{2}$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) –5 B) –3 C) –2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $y^2 = 2x + 6$ eğrisinin orijine en yakın noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $2x + y = 5$ B) $2y - x = 5$ C) $y = 3x$ D) $x = y - 1$ E) $y = -x$

5. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8x + 13$ fonksiyonunun eğrisine üzerindeki noktalardan çizilen teğetlerden en küçük eğime sahip olan doğrunun eğimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $f(x) = x^2 + 4x + a$ eğrisine x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetler dik kesiştiğine göre, a kaçtır?

A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{17}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{19}{2}$ E) $\frac{21}{2}$

7. $f(x) = x^2 - 5x + 7$ eğrisinin $x = 2$ apsisli noktasındaki teğetinin x ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 90 D) 135 E) 150

8. $f(x^3 + 4) = x^4 + 3x^2 - x + 7$ fonksiyonu veriliyor. f(x) fonksiyonunun eğrisine $x = 5$ apsisli noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) –3 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) 3

9. $y = t^2 - 3t$
$x = 2t + 1$ parametrik denklemleri ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $t = 2$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y + 2x - 8 = 0$ B) $y - 2x - 7 = 0$ C) $y + x + 5 = 0$ D) $y - 2x + 3 = 0$ E) $y - x + 4 = 0$

10. $y = x^3 + ax$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti eğriyi bir başka noktada daha kestiğine göre, bu noktanın apsisi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

11. $y < 0$ olmak üzere $x^2 + y^2 = 25$ çemberinin $x = 3$ apsisli noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{5}{3}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{3}{5}$

12. $f(x) = x^3 - 18x^2 + 7x + 4$ eğrisinin x eksenine paralel teğetlerinin değme noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

13. n çift tam sayı olmak üzere $f(x) = 4.x^{n+1}$ fonksiyonuna $x = 1$ ve $x = -1$ apsisli noktalarından çizilen teğetler için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Diktirler
B) Çakışıktırlar
C) Paraleldirler
D) x ekseni üzerinde kesişirler.
E) y ekseni üzerinde kesişirler.

14. $f(x) = x^2 + 4x + 5$ fonksiyonunun $2x + y - 1 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

15. $f(x) = x^2 - 2x + 4$ eğrisinin $y = 2x - 8$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

16. $y = \sin x$ ve $y = \cos x$ fonksiyonlarının $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığındaki kesim noktasındaki teğetlerinin eğimleri toplamı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

17. $x^2 + x\ln y + \sin(y - 1) - 16 = 0$ fonksiyonunun $A(4, 1)$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{9}{5}$ C) $-\frac{8}{5}$ D) $-\frac{6}{5}$ E) 1

18. Zamana bağlı yol denklemi,
$x = 5t^2 + 10t + 2$
olan bir hareketlinin kaçıncı saniyedeki hızı 60 m/sn dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

TEST 19'UN ÇÖZÜMLERİ

1. f(x) fonksiyonu A(3, –5) noktasından geçtiğinden
$f(3) = -5$ tir.
$f(x) = x^2 - 2ax + b$
$f(3) = 9 - 6a + b = -5$
$6a - b = 14$ bulunur.
$2x - y + m = 0$ doğrusunun eğimi $m_T = 2$ dir.
$f'(3) = 2$ bulunur.
$f'(x) = 2x - 2a$
$f'(3) = 6 - 2a = 2 \Rightarrow a = 2$
$6a - b = 14$ olduğundan
$6.2 - b = 14$
$b = -2$ bulunur.
$a.b = 2.(-2) = -4$ **Yanıt A**

2. f(x) fonksiyonu A(1, 2) noktasından geçtiğinden
$f(1) = 2$ bulunur.
$f(x) = 2x^2 - mx + n$
$f(1) = 2 - m + n = 2$ olduğundan
$m = n$ bulunur.
$x + 3y + a = 0$ doğrusunun eğimi $m_d = -\frac{1}{3}$ tür.
Buna göre, teğet doğrunun eğimi;
$\left(-\frac{1}{3}\right) m_T = -1$
$m_T = 3$ bulunur.
Buna göre, $f'(1) = 3$ olacağından
$f'(x) = 4x - m$
$f'(1) = 4 - m = 3$
$m = 1$ bulunur.
$m = n$ olduğundan $n = 1$ olur.
$m.n = 1.1 = 1$ bulunur. **Yanıt D**

3. $m_T = f'\left(\frac{1}{2}\right)$ dir.
O halde, $f(\sin x) = \cos 2x \Rightarrow (f(\sin x))' = \cos 2x$
$\Rightarrow (\sin x)' f'(\sin x) = -2\sin 2x$
$\Rightarrow \cos x \,.\, f'(\sin x) = -2.\sin 2x$
$x = 30°$ için,
$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \arcsin\frac{1}{2} = 30°$
$\cos 30° \,.\, f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \,.\, \sin 60°$
$\frac{\sqrt{3}}{2} \,.\, f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2}$
$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$ **Yanıt C**

4. $y^2 = 2x + 6$ eğrisinin üzerindeki bir nokta;
$A(x, \pm\sqrt{2x+6})$ şeklindedir.
A noktasının orijine en yakın olması için |AO| en küçük olmalıdır.
$|OA| = \sqrt{(x-0)^2 + (\pm\sqrt{2x+6} - 0)^2}$
$|OA| = \sqrt{x^2 + 2x + 6}$ nın minimum değerini aldığı nokta için,
$\left(\sqrt{x^2 + 2x + 6}\right)' = 0$ olmalıdır.
$(2x + 2) \,.\, \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 6}} = 0$
$\frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 6}} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0$
$\Rightarrow x = -1$
$x = -1$ için $y^2 = -2 + 6 \Rightarrow y = \pm 2$ olur.
A(–1, 2) veya A(–1, –2) olur.
A(–1,–2) için $f(x) = -\sqrt{2x+6}$
$f'(x) = -\frac{2}{2.\sqrt{2x+6}}$
$f'(-1) = -\frac{1}{2}$
A (–1,–2) noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{2}$ olan teğetin denklemi;
$y + 2 = -\frac{1}{2}(x + 1)$
$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
$2y = -x - 5 \Rightarrow x + 2y = -5$ olur.
A(–1, –2) için $f(x) = \sqrt{2x+6}$
$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$
$f'(-1) = \frac{1}{2}$
A(–1, 2) noktasından geçen ve eğimi $\frac{1}{2}$ olan teğetin denklemi,
$y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
$y = \frac{x+5}{2}$
$\Rightarrow 2y - x = 5$ olur. **Yanıt B**

5. f(x) fonksiyonun en küçük eğime sahip teğeti x_0 noktasından çizilen teğet olsun.
Bu durumda, $m_T = f'(x_0)$ dır.
$f'(x_0) = 6.x_0^2 - 12x_0 + 8$
Bir fonksiyonun minimum değeri 1. türevin sıfır olduğu noktadadır. $f'(x_0)$ ın türevi alınırsa;
$f''(x_0) = 12x_0 - 12 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$ noktasında en küçük eğimli teğete sahiptir.
$x_0 = 1$ noktasında teğet eğimi $f'(1) = 6.1^2 - 12.1 + 8$
$f'(1) = 2$ bulunur.
Yanıt A

6. $f(x) = 0$ denkleminin kökleri fonksiyonun x eksenini kestiği noktalardır. Kökler x_1, x_2 = a olmak üzere,
$x^2 + 4x + a = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -4$, $x_1.x_2 = a$ olur.
Fonksiyonun x_1 ve x_2 noktasındaki teğetleri dik kesiştiğine göre $f'(x_1).f'(x_2) = -1$ dir.
$f'(x) = 2x + 4$
$f'(x_1).f'(x_2) = (2x_1 + 4).(2x_2 + 4) = 4x_1.x_2 + 8.(x_1 + x_2) + 16$
$f'(x_1) f'(x_2) = 4.a + 8.(-4) + 16 = -1$ olur.
Buradan $a = \frac{15}{4}$ bulunur.
Yanıt A

7. $x = 2$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(2)$ dir.
$f(x) = x^2 - 5x + 7$ olduğundan $f'(x) = 2x - 5$ olur.
$m_T = f'(2) = 2.2 - 5 = -1$ dir. Bir doğrunun eğimi aynı zamanda x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantı olduğundan
$m_T = -1 = \tan\alpha$ olur.
O halde, $\alpha = 135°$ bulunur.
Yanıt D

8. $x = 5$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(5)$ dir.
$f(x^3 + 4) = x^4 + 3x^2 - x + 7$
$3x^2.f'(x^3 + 4) = 4x^3 + 6x - 1$
$f'(5)$ elde etmek için $x = 1$ alınırsa;
$3.f'(5) = 4 + 6 - 1 \Rightarrow f'(5) = m_T = 3$ olur.
$m_T.m_N = 1$ olduğundan
$3.m_N = -1$
$m_N = -\frac{1}{3}$ olur.
Yanıt B

9. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t-3}{2}$
$t = 2$ için $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$ olur. Dolayısıyla $t = 2$ için
$m_T = \frac{1}{2}$ ve $m_T.m_N = -1 \Rightarrow \frac{1}{2}.m_N = -1$ olduğundan
$m_N = -2$ dir.
$t = 2$ için $y = 2^2 - 3.2 = -2$, $x = 2.2 + 1 = 5$ dir.
(5,– 2) noktasından geçen ve $m_N = -2$ olan normalin denklemi
$y + 2 = -2.(x - 5)$
$y + 2 = -2x + 10 \Rightarrow y + 2x - 8 = 0$ olur.
Yanıt A

10. $x = 1$ için;
$y = a + 1$ dir. Teğet değme noktası A(1, a + 1) dir.
$m_T = f'(1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow f'(1) = a + 3$
Eğri üstündeki teğetin diğer kesim noktası B(x, x^3+ax) olsun.
$m_{AB} = m_T$
$\frac{x^3 + ax - (a + 1)}{x - 1} = a + 3 \Rightarrow x^3 + ax - a - 1 = ax - a + 3x - 3$
$x^3 - 3x + 2 = 0$ denklemi $x = -2$ değerini sağladığından
Kestiği diğer noktanın apsisi –2 dir.
Yanıt B

11. $F(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$ olduğundan
$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x}{2y} = -\frac{x}{y}$ olur.
$x = 3 \Rightarrow 3^2 + y^2 = 25 \Rightarrow y = -4$ olur. $(y < 0)$
Çembere (3, –4) noktasından çizilen teğetin eğimi;
$m_T = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$ olur.
$m_T.m_N = -1 \Rightarrow \frac{3}{4}.m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{4}{3}$ bulunur.
Yanıt C

12. x eksenine paralel doğruların eğimi sıfır olduğundan istenilen noktalari çin 1. türev sıfır olmalıdır.
$f'(x) = 3x^2 - 36x + 7 = 0$
Değme noktalarının apsisler toplamı $f'(x) = 0$ denkleminin kökler toplamıdır. Dolayısıyla;
$x_1 + x_2 = -\frac{(-36)}{3} = 12$ dir.
Yanıt D

13. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$, $x = -1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(-1)$ dir.

$f'(x) = 4.(n + 1).x^n$ olduğundan;

$f'(1) = 4.(n + 1).(1)^n = 4.(n + 1)$

$f'(-1) = 4.(n + 1).(-1)^n$ dir. n çift sayı olduğundan;

$f'(-1) = 4.(n + 1).(-1)^n = 4.(n + 1).(1)^n = 4.(n + 1)$ olur.

Buna göre, $f'(1) = f'(-1)$ olduğundan bu noktalardaki eğimler eşittir. Eğimler eşit olduğundan da teğetler paraleldir.

Yanıt C

14. Fonksiyonun $y = -2x + 1$ doğrusuna paralel teğetinin değme noktası en yakın noktadır. Bu noktadaki türev teğetin eğimini verir.

$f(x) = x^2 + 4x + 5$ olduğundan

$f'(x) = 2x + 4$

Teğete paralel $y = -2x + 1$ doğrusunun eğimi -2 olduğundan $m_T = -2$ dir.

$2x + 4 = -2 \Rightarrow x = -3$ en yakın noktanın apsisidir.

$f(-3) = (-3)^2 + 4.(-3) + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$ dir.

Yanıt D

15. En yakın nokta eğrinin, doğruya paralel olan teğetinin, eğriye değdiği noktadır. O halde,

$m_T = m_d = 2$

$f'(x) = 2$ olmalıdır.

$f'(x) = 2x - 2 = 2$

$\Rightarrow x = 2$

$f(2) = 2^2 - 2.2 + 4 = 4$

En yakın nokta (2, 4) tür.

Koordinatları toplamı = 2 + 4 = 6 dır.

Yanıt A

16. $f_1(x) = \sin x$ ve $f_2(x) = \cos x$

$f_1(x) = f_2(x) \Rightarrow \sin x = \cos x$

$\Rightarrow \tan x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ olur.

$f_1(x) = \sin x \Rightarrow f_1'(x) = \cos x$

$f_2(x) = \cos x \Rightarrow f_2'(x) = -\sin x$

$x = \frac{\pi}{4}$ noktasındaki teğetlerinin eğimleri,

$m_1 = f_1'(\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$m_2 = f_2'(\frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ olur.

$m_1 + m_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$ dır.

Yanıt A

17. $F(x,y) = x^2 + x\ln y + \sin(y - 1) - 16 = 0$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{Fx}{Fy} = -\frac{(2x + \ln y)}{\left(x.\frac{1}{y} + \cos(y-1)\right)}$ dir.

A(4, 1) noktası için teğetin eğimi;

$-\frac{(8 + \ln 1)}{(4.1 + \cos 0)} = -\frac{8}{5}$ olur.

Yanıt C

18. Hız = Birim zamanda alınan yol

$V = \frac{dx}{dt}$ dir.

$V = 10t + 10$

$60 = 10t + 10$

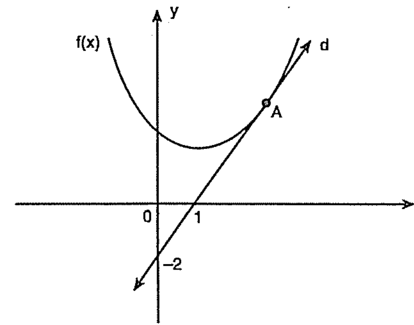
$10t = 50$

$t = 5$

Yanıt C

TEST 20 TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

1.

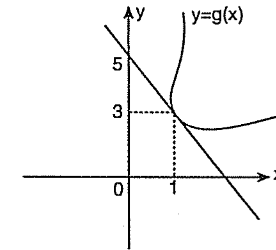


Şekilde, $f(x) = x^2 - 2x + m$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir. Verilenlere göre, m kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

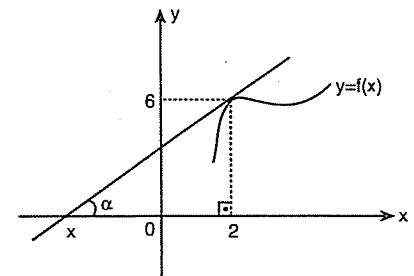
2. Şekilde $y = g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğeti çizilmiştir.

$f(x) = x^2 - 2x + 7$ olduğuna göre, $(fog)'(1)$ değeri kaçtır?



A) –8 B) –6 C) –4 D) –2 E) –1

3.

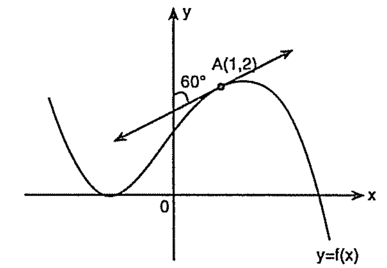


Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun (2, 6) noktasındaki teğeti Ox – eksenini x apsisli noktada kesmektedir.

$g(x) = \frac{[f(x)]^2}{x + 1}$ ve $g'(2) = 2$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) $-\frac{1}{2}$ C) –2 D) –3 E) –4

4.



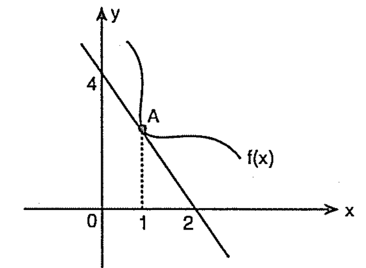
Şekildeki, $y = f(x)$ fonksiyonunun A(1, 2) noktasındaki teğeti Oy – ekseni ile 60° lik açı yapmaktadır.

$h(x) = \frac{1}{f(x)}$ olduğuna göre, $h'(1)$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

D) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

5.



f(x) fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x) = f^2\left(\frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, g(x) fonksiyonunun

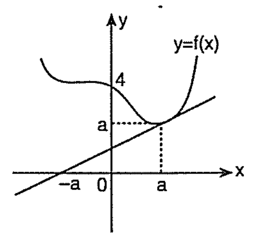
$x = 2$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 8

6. Şekilde f(x) fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki teğeti çizilmiştir.

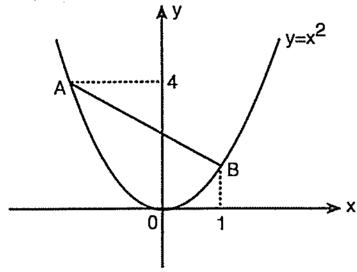
$\lim_{x \to a}\left[\frac{f(x) - f(a)}{x^2 - a^2}\right] = \frac{1}{12}$

olduğuna göre, a kaçtır?



A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

7.

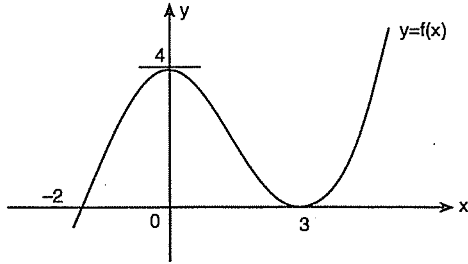


Şekilde $y = x^2$ parabolü ile, uç noktaları parabol üzerinde olan [AB] doğru parçası verilmiştir.

Parabolün, [AB] doğru parçasına paralel teğetinin değme noktasının apsisi kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

8.

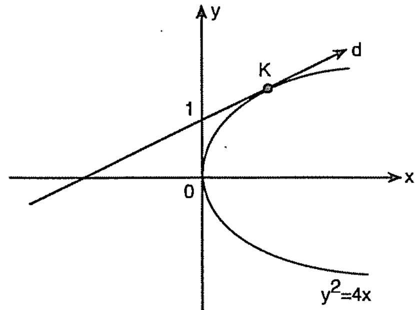


Yukarıda y = f (x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, (fof′) (3) değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 1 D) –2 E) 7

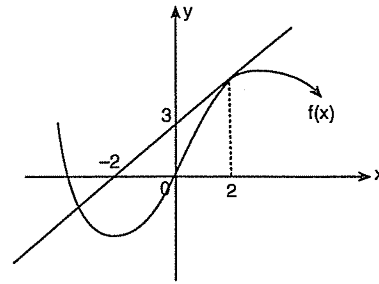
9.



$y^2 = 4x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. d doğrusu ile eğrinin teğet olduğu nokta K noktasının apsisi kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

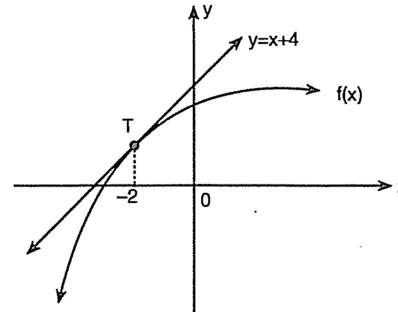
10.



Şekilde f(x) fonksiyonunun x = 2 noktasındaki teğeti çizilmiştir $g(x) = x^2.f(x) + 4$ eşitliğini sağlayan g(x) fonksiyonunun x = 2 noktasındaki türevi kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

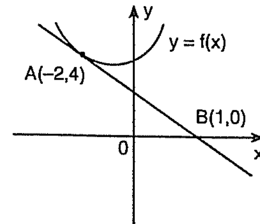
11.



Yukarıdaki koordinat düzleminde y = x + 4 doğrusu ve f(x) eğrisi veriliyor. Doğru, T noktasında f(x) eğrisine teğettir. $h(x) = (x^3 + 1).f(x)$ olduğuna göre, h′(–2) kaçtır?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

12. Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği üzerindeki A(–2,4) noktasından çizilen teğet x eksenini B(1,0) noktasında kesmektedir.



$g(x) = f(x).(x^2 - x)$ olduğuna göre, g′(–2) kaçtır?

A) –10 B) –14 C) –18 D) –24 E) –28

TEST 20'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $m_d = \tan\alpha = 2$

Eğimi 2 olan doğrunun denklemi,

y = 2x + n dir. (1, 0) noktası doğru denklemini sağlayacaktır.

$0 = 2 \,.\, 1 + n \Rightarrow n = -2$

$y = 2x - 2$ dir.

$f'(x) = 2x - 2$

$f'(a) = 2a - 2 = 2 \Rightarrow a = 2$

A(2, b) noktası doğru denklemini sağlayacaktır.

$b = 2 \,.\, 2 - 2 \Rightarrow b = 2$

A(2, 2) noktası fonksiyonu da sağlayacaktır.

$f(2) = 2$

$f(2) = (2)^2 - 2 \,.\, 2 + m = 2 \Rightarrow m = 2$ dir.

Yanıt D

2. $(fog)'(x) = f'(g(x)).g'(x)$ olduğundan;

$(fog)'(1) = f'(g(1)).g'(1)$ dir.

g(1) = 3 olduğundan $(fog)'(1) = f'(3).g'(1)$ olur.

$f(x) = x^2 - 2x + 7$ olduğundan

$f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(3) = 2.3 - 2 = 4$ olur.

g′(1), fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetin eğimidir.

Teğet doğrusu (1, 3) ve (0, 5) noktalarından geçtiği için;

$m_T = \frac{5-3}{0-1} = -2$ olur.

$(fog)'(1) = f'(3).g'(1) = 4.(-2) = -8$ dir.

Yanıt A

3. $f'(2) = m_T = \tan x = \frac{6}{2-x}$ dir.

$$g(x) = \frac{[f(x)]^2}{x+1} \Rightarrow g'(x) = \frac{2 \,.\, f'(x) \,.\, f(x) \,.\, (x+1) - [f(x)]^2.1}{(x+1)^2}$$

$$g'(2) = \frac{2 \,.\, f'(2) \,.\, f(2).(2+1) - [f(2)]^2}{(2+1)^2}$$

$$2 = \frac{6 \,.\, \frac{6}{2-x} \,.\, 6 - 36}{9}$$

$$18 = \frac{216}{2-x} - 36$$

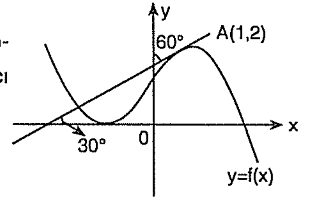
$$54 = \frac{216}{2-x}$$

$54.(2 - x) = 216$

$x = -2$ dir.

Yanıt C

4. A(1, 2) noktasındaki teğetin x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı 30° dir.



$f'(1) = m_T = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ dür.

$h(x) = \frac{1}{f(x)}$

$$h'(x) = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} \Rightarrow h'(1) = -\frac{f'(1)}{[f(1)]^2}$$

$$h'(1) = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{(2)^2} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{12}$$

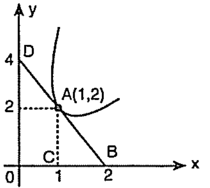
Yanıt D

5. $\overset{\triangle}{BAC} \sim \overset{\triangle}{BDO}$

A(1, k) olsun.

$\frac{2-1}{2} = \frac{k}{4}$

$\Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(1) = 2$ dir.



$$g(x) = f^2\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow g'(x) = \left(\frac{x}{2}\right)' \,.\, 2 \,.\, f\left(\frac{x}{2}\right) \,.\, f'\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$g'(x) = \frac{1}{2} \,.\, 2 \,.\, f\left(\frac{x}{2}\right) \,.\, f'\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$g'(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) \,.\, f'\left(\frac{x}{2}\right)$$

x = 2 için;

$g'(2) = f(1) \,.\, f'(1) \Rightarrow g'(2) = 2 \,.\, (-2) = -4$

$\left(f'(1) = \frac{2-0}{1-2} = -2\right)$

$m_t = g'(2) = -4$

$m_t.m_n = -1$

$-4.m_n = -1$

$m_n = \frac{1}{4}$ olur.

Yanıt B

6. f(x) fonksiyonunun x = a noktasındaki eğimi

$f'(a)=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}$ verilen grafikten f(0) = 4 bulunur.

$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)-f(a)}{x^2-a^2}\right]\Rightarrow\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L´ hospital uygulanırsa,

$\lim_{x\to a}\left[\frac{f'(x)-0}{2x-0}\right]\Rightarrow\frac{f'(a)}{2a}=\frac{1}{4a}=\frac{1}{12}\Rightarrow a=3$ olur.

Yanıt E

7. A ve B noktaları $y = x^2$ denklemini sağlamalıdır.
$B(1, a) \Rightarrow a = 1^2 \Rightarrow a = 1$
$A(b, 4) \Rightarrow 4 = b^2 \Rightarrow b = \pm 2$ dir. Ancak A noktası II. bölgede olduğundan, b = −2 dir.
A(−2,4) ve B(1,1)

$m_T = m_{AB} = \frac{4-1}{-2-1} = -1$

$f(x) = x^2$ olduğundan

$f'(x) = 2x$

$f'(x_o) = -1 \Rightarrow 2x_o = -1 \Rightarrow x_o = -\frac{1}{2}$ olur.

Yanıt C

8. x = 3 için yerel minimum değeri aldığından, f´(3) = 0 dır.
f(0) = 4 dür.
(fof´)(3) = f(f´(3)) = f(0) = 4 olur.

Yanıt A

9. K noktası $y^2 = 4x$ eğrisinin üzerinde olduğundan koordinatına K(k,m) dersek,

$m^2 = 4k \Rightarrow m = 2\sqrt{k}$ olur. (K noktası I. bölgede)

$K(k, 2\sqrt{k})$ dır.

d nin eğimi; $f(x) = 2\sqrt{x}$ dersek

$f'(x) = 2.\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(k) = \frac{1}{\sqrt{k}}$ ya eşittir.

(0,1) noktasından geçen ve eğimi $\frac{1}{\sqrt{k}}$ olan doğrunun denklemi; $y - 1 = \frac{1}{\sqrt{k}}x$ dir.

$K(k, 2\sqrt{k})$ noktası doğrunun da üzerinde olduğundan denklemini sağlar.

$2\sqrt{k} - 1 = \frac{1}{\sqrt{k}}.k \Rightarrow \sqrt{k} = 1 \Rightarrow k = 1$ elde edilir.

Yanıt D

10. Verilen grafikten x = 2 apsisli noktadan geçen teğet (−2,0) ve (0,3) noktalarından geçtiği için eğimi,

$m_T = \tan\alpha = \frac{3}{2}$ dir. Doğru üzerindeki tüm noktalarda eğim aynı olduğundan;

$m_T = \frac{f(2)}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(2) = 6$ olur.

$g(x) = x^2f(x) + 4$ olarak verildiğinden,
$g'(x) = 2x.f(x) + x^2.f'(x)$
$g'(2) = 4.f(2) + 4.f'(2)$ olur.

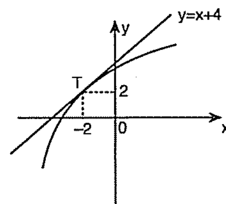
x = 2 noktasında $m_T = \frac{3}{2}$ olduğundan $f'(2) = \frac{3}{2}$ dir.

$g'(2) = 4.6 + 4.\frac{3}{2} = 24 + 6 = 30$ dur.

Yanıt D

11. $h(x) = (x^3 + 1).f(x)$ fonksiyonunun türevini alalım.
$h'(x) = [(x^3 + 1).f(x)]'$
$h'(x) = (x^3 + 1)'.f(x) + (x^3 + 1).f'(x)$
$= 3x^2.f(x) + (x^3 + 1).f'(x)$ dir.
x = −2 apsisli noktadaki teğetinin denklemi
y = x + 4 olduğundan f´(−2) = 1 olur.
T noktası hem eğri hem de doğru üzerinde olduğundan
x = −2 için f(−2) = −2 + 4 = 2 olur.
$h'(-2) = 3(-2)^2.f(-2) + ((-2)^3 + 1).f'(-2)$
$= 3.4.2 + (-8 + 1).1 = 17$ dir.

Not :



Yanıt A

12. $g(x) = f(x).(x^2-x)$
Çarpımının türevinden;
$g'(x) = f'(x).(x^2-x) + f(x).(2x-1)$
$g'(-2) = f'(-2).((-2)^2 - (-2)) + f(-2).(2.(-2) - 1)$
$g'(-2) = 6.f'(-2) - 5.f(-2)$
f(−2) = 4 ve f´(−2); fonksiyonun x = −2 noktasındaki teğetinin eğimi olacağından

$f'(-2) = \frac{4-0}{-2-1} = -\frac{4}{3}$ olur.

$g'(-2) = 6.\left(-\frac{4}{3}\right) - 5.4 = -8 - 20 = -28$ dir.

Yanıt E

TEST 21 MAKSİMUM ve MİNİMUM PROBLEMLERİ

1. $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-4x$ fonksiyonu veriliyor.

f(x) fonksiyonu aşağıdaki x değerlerinin hangisinde bir yerel maksimuma sahiptir?

A) $x=-\frac{3}{2}$ B) x = −1 C) x = 0 D) $x=\frac{3}{2}$ E) x = 4

2. $y=\frac{x^2-2}{2mx+1}$ fonksiyonunun x = 1 apsisli noktasında extremumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

3. $f(x) = x^3 + mx + n$ eğrisinin A(1, 2) noktasında yerel minimumu olduğuna göre, (m, n) ikilisi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) (−4,6) B) (−2,5) C) (−3,4) D) (4,−3) E) (7,3)

4. y = x.lnx fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 0 D) 1 E) e^2

5. $f(x) = x^3 - 3x + 8$ fonksiyonunun [−1, 2] aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

A) −1 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6. $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 10$ fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasında yerel minimumu olması için n nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7. $y=\frac{x^2+4x-3}{x^2+mx+m}$ fonksiyonunun sonsuzda ekstremumu varsa m nin çözüm kümesi nedir?

A) {1} B) {0,1} C) {0,4} D) [0,1] E) [0,4]

8. $f(x) = x^2 - |x^3 - x|$ ile tanımlı fonksiyonun [0,1] aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $-\frac{5}{27}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) 0

9. $y=\frac{ax^2+b^3}{x}$ eğrisi A(1, 2) noktasında yerel maksimum değerini aldığına göre, b kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

10 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ fonksiyonu A(1, 6) noktasında yerel minimuma sahip olduğuna göre, a.b çarpımının değeri kaçtır?

A) −30 B) −32 C) −35 D) −38 E) −40

11. $x, y \in R^+$ olmak üzere,

$x + y = 12$ olduğuna göre, $y^2.x$ ifadesinin en büyük değerini alması için x kaç olmalıdır?

A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

12. $x^2 + (1-m)x + 2 + m = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamının minumum olmasını sağlayan m değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 4

13. Bir malın alış fiyatı a lira, satış fiyatı b liradır.

$b = -a^2 + 3a + 4$ bağıntısı veriliyor.

Bu malın satışından en fazla kaç lira kâr edilir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

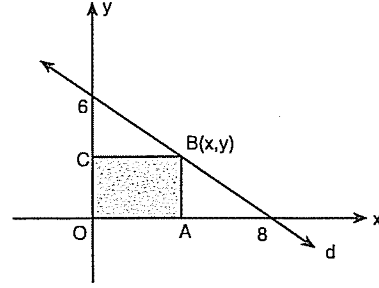
14. $x^2 - 12x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökler çarpımı en büyük değerini aldığında m kaçtır?

A) $\frac{41}{2}$ B) $\frac{39}{2}$ C) $\frac{37}{2}$ D) $\frac{35}{2}$ E) $\frac{33}{2}$

15. Çevresi 32 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç santimetrekaredir?

A) 64 B) 60 C) 48 D) 40 E) 32

16.



OABC dikdörtgeninin alanının maksimum olması için A noktasının apsisi kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. Çarpımları 16 olan iki pozitif reel sayının toplamlarının en küçük değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 16 E) 17

18. Sıfırdan farklı iki reel sayının toplamı 20 dir. Birinin karesi ile diğerinin küpünün çarpımının maksimum olduğu bilindiğine göre, küçük sayı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19. Üç pozitif sayının toplamı 13 tür. Birinci sayı, ikinci sayının 3 katı olduğuna göre, üç sayının çarpımının alabileceği en büyük değer için üçüncü sayı kaç olur?

A) 9 B) $\frac{26}{3}$ C) $\frac{13}{2}$ D) 5 E) $\frac{13}{3}$

20. $f : [0, 4] \to R$ olmak üzere, $f(x) = -2x^2 + 8x$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktalardan koordinatları toplamı en büyük olan noktanın apsisi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

TEST 21'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x$

1. türevini sıfıra eşitleyelim.

$f'(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{6x}{2} - 4 = 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x-4)(x+1) = 0$

$x = 4$ veya $x = -1$

$f'(x)$ in işaret tablosunu yapalım.

x		–1		4	
f'(x)	+	0	–	0	+
f(x)	↗		↘		↗

$x = -1$ için yerel maksimumu

$x = 4$ için yerel minimumu vardır. **Yanıt B**

2. $f(x) = \frac{x^2-2}{2mx+1} \Rightarrow f'(1) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = \frac{2x.(2mx+1) - (x^2-2).2m}{(2mx+1)^2} = 0$

$f'(1) = \frac{2.(2m+1) - (-1).2m}{(2m+1)^2} = 0$

$\frac{6m+2}{(2m+1)^2} = 0$

$6m + 2 = 0$

$m = -\frac{1}{3}$ **Yanıt E**

3. $f(x) = x^3 + mx + n$ eğrisinin A(1,2) noktasında yerel minimumu varsa, $f'(1) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 3x^2 + m \Rightarrow f'(1) = 3 + m = 0$

$\Rightarrow m = -3$ olur.

f(x), A(1,2) noktasından geçiyorsa

$f(1) = 2$ olmalıdır.

$f(1) = 1 - 3 + n = 2 \Rightarrow n = 4$ olur.

O halde, $(m,n) = (-3,4)$ bulunur. **Yanıt C**

4. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri yerel minimum veya yerel maksimum noktasının apsisidir.

$f(x) = x.\ln x$ Çarpımın türevinden;

$f'(x) = \ln x + x.\frac{1}{x}$

$f'(x) = \ln x + 1 = 0$

$\ln x = -1$

$x = e^{-1} = \frac{1}{e}$ dir.

$f''\left(\frac{1}{e}\right) > 0$ olduğundan $x = \frac{1}{e}$ apsisli nokta yerel minimum noktadır.

Yanıt B

5. $f(x) = x^3 - 3x + 8 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$

$\Rightarrow x^2 = 1$

$\Rightarrow x = 1$ veya $x = -1$ dir.

$x = 1$ için $f(1) = 1^3 - 3.1 + 8 = 6$

$x = -1$ için $f(-1) = (-1)^3 - 3.(-1) + 8 = 10$

Dolayısıyla en küçük değeri 6 olur.

Yanıt B

6. $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 10$

$f'(x) = 3x^2 + 2mx + n$

$f''(x) = 6x + 2m$

$f''(2) > 0$ ise (2,f(2)) yerel minimum noktasıdır.

$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4m + n = 0 \Rightarrow m = \frac{-12-n}{4}$

$f''(2) > 0$ ise $6.2 + 2m > 0$

$12 + 2\left(-\frac{12-n}{4}\right) > 0$

$\frac{12-n}{2} > 0$

$n < 12$ bulunur.

O halde, n nin en büyük tam sayı değeri 11 dir.

Yanıt D

7. $f(x)=\dfrac{x^2+4x-3}{x^2+mx+m}$

ifadesinin ekstremumunun sonsuzda olabilmesi için paydayı sıfır yapan değerinin olmaması gerekir.

Yani $\Delta<0$ olmalıdır. $\Delta=m^2-4m<0$

m	$-\infty$ 0	4 $+\infty$	
m^2-4m	+	−	+

Ç.K = [0, 4] **Yanıt E**

8. [0, 1] aralığında $x^3-x\le 0$ olduğundan

$|x^3-x|=-x^3+x$ dir.

$f(x)=x^2-|x^3-x|$

$f(x)=x^2-(-x^3+x)$

$f(x)=x^3+x^2-x$ olur.

$f'(x)=3x^2+2x-1=0$

$3x \quad -1$

$x \quad 1$

$(3x-1).(x+1)=0$

$x=\dfrac{1}{3}$, $x=-1$ noktaları ekstremum noktalarıdır.

[0, 1] aralığındaki en küçük değeri $x=\dfrac{1}{3}$ için alır.

$f(x)=x^3+x^2-x$

$x=\dfrac{1}{3}$ için, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^3+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{27}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{3}$
(1) (3) (9)

$f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{5}{27}$ olur.

Yanıt C

9. A(1, 2) noktası yerel maksimum noktası ise

$x=1$ için $y'=0$ olur.

$y=\dfrac{ax^2+b^3}{x}\Rightarrow y'=\dfrac{2ax.x-(ax^2+b^3)}{x^2}$

$\Rightarrow y'=\dfrac{ax^2-b^3}{x^2}$

$x=1$ için $y'=\dfrac{a.1^2-b^3}{1^2}=0$

$\Rightarrow a-b^3=0$ olur.

A(1,2) eğrinin üzerinde olduğundan,

$y=\dfrac{ax^2+b^3}{x}\Rightarrow 2=\dfrac{a.1^2+b^3}{1}$

$\Rightarrow a+b^3=2$

$-/\ a-b^3=0$

$+\ \ a+b^3=2$

$2b^3=2\Rightarrow b^3=1\Rightarrow b=1$ olur. **Yanıt D**

10. A(1, 6) noktası fonksiyon üzerinde olduğundan f(1) = 6 dır.

A(1, 6) noktasında yerel minimuma sahip olduğuna göre $f'(1)=0$ dır.

Bu değerler $f(x)=x^3+ax^2+bx+3$ fonksiyonunda yerine konulursa

$f(1)=1+a+b+3=6$

$a+b=2$...... (1)

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$f'(1)=3+2a+b=0$

$2a+b=-3$ ...... (2)

(1) ve (2) denklemleri ortak çözülürse,

$a+b=2$

$+\ \ 2a+b=-3$

$a=-5,\ b=7$ dir.

$a.b=-35$ bulunur.

Yanıt C

11. $x+y=12\Rightarrow y=12-x$ olur.

$y^2.x=(12-x)^2.x=(144-24x+x^2).x$

$\Rightarrow y^2.x=144x-24x^2+x^3$

Türevi alınırsa;

$144-48x+3x^2=0$

$\Rightarrow x^2-16x+48=0\Rightarrow x=12$ veya $x=4$

/ \

−12 −4

$y''=6x-48\Rightarrow x=12$ için $y''>0$ en küçük olur.

$\Rightarrow x=4$ için $y''<0$ en büyük olur.

Dolayısıyla $y^2.x$ ifadesi en büyük değerini x = 4 te alır.

Yanıt D

12. $x^2+(1-m)x+2+m=0$ ikinci dereceden denkleminin köklerinin kareleri toplamı,

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2$

$=\left(-\dfrac{b}{a}\right)^2-2.\dfrac{c}{a}$ dır.

$=\left(-\dfrac{(1-m)}{1}\right)^2-2.\left(\dfrac{2+m}{1}\right)$

$=m^2-2m+1-4-2m$

$=m^2-4m-3$

Bu ifadenin türevini sıfır yapan m değeri köklerin karelerı toplamını minimum yapar.

$2m-4=0\Rightarrow m=2$ dir.

Yanıt D

13. Kâr = Satış Fiyatı – Alış Fiyatı

Kâr = b – a

$=-a^2+3a+4-a$

$=-a^2+2a+4$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$-2a+2=0\Rightarrow a=1$ olur.

a = 1 için,

Kâr $=-a^2+2a+4=-1^2+2.1+4=5$ olur.

Yanıt B

14. $x^2-12x+2m-3=0$ denkleminin kökler toplamına bakılırsa

$x_1+x_2=12$

$x_2=12-x_1$ olur.

Kökler çarpımı : $x_1.x_2=x_1.(12-x_1)=12x_1-x_1^2$

1. türevi alınırsa : $12-2x_1=0$

$12=2x_1$

$x_1=6$

$x_2=12-6=6$ olur.

Kökler çarpımı : $x_1.x_2=2m-3$

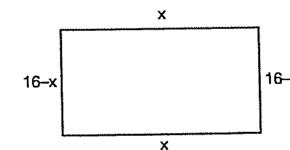
$6.6=2m-3$

$36=2m-3$

$m=\dfrac{39}{2}$ olur.

Yanıt B

15.



Dikdörtgenin bir kenarına x cm denilirse diğer kenarı (16 – x) cm olur.

Dikdörtgenin alanı : $x.(16-x)=16x-x^2$

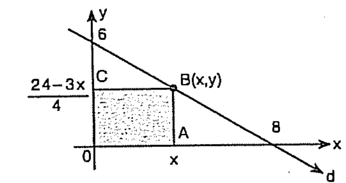
Birinci türevi sıfıra eşitlenirse: $16-2x=0$

x = 8 için dikdörtgenin alanı maksimum olur.

Alan = 8.8 = 64 cm^2 dir.

Yanıt A

16.



d doğrusunun denklemini yazalım.

$d:\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{6}=1\Rightarrow d:3x+4y=24$

$y=\dfrac{24-3x}{4}$

B noktasının koordinatları $B\left(x,\dfrac{24-3x}{4}\right)$ tür.

$\dfrac{x^2}{mx+1}$

Alan(OABC) = x . y

$=x.\left(\dfrac{24-3x}{4}\right)$

$=\dfrac{24x-3x^2}{4}$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse :

$\dfrac{24-6x}{4}=0$

$\Rightarrow x=4$ için Alan(OABC) maksimum olur.

Yanıt C

17. İki sayı x ve y olsun.

$x.y=16\Rightarrow y=\dfrac{16}{x}$ dir.

Bu iki sayının toplamı : $x+\dfrac{16}{x}=\dfrac{x^2+16}{x}$ olur.

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$\dfrac{(x^2+16)'.x-(x^2+16).x'}{(x)^2}=0$

$\Rightarrow\dfrac{(2x.x)-(x^2+16).1}{x^2}=0$

$\Rightarrow\dfrac{2x^2-x^2-16}{x^2}=\dfrac{x^2-16}{x^2}=0$

$x^2=16\Rightarrow x=4$ veya $x=-4$ olur.

sayılar pozitif olduğundan, x = 4

x = 4 ise $y=\dfrac{16}{4}=4$ tür.

x + y = 4 + 4 = 8 bulunur.

Yanıt B

18 $x + y = 20$

$f(x,y) = x^2.y^3$ fonksiyonunun maksimum olması için,

$y = 20 - x$ yerine yazılıp,

$f(x) = x^2.(20 - x)^3$ fonksiyonunun türevi alınırsa,

$f'(x) = 2x.(20 - x)^3 + x^2.3.(20 - x)^2.(-1)$

$= (20 - x)^2\,[40x - 2x^2 - 3x^2]$

$= (20 - x)^2.5x.(8 - x)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 20,\ x = 0,\ x = 8$

Sıfırdan farklı iki reel sayıdan küçük olanı sorulduğuna göre, $x = 8$ dir.

Yanıt E

19. $x + y + z = 13$

$x = 3y$ ise

$3y + y + z = 13$

$z = 13 - 4y$ dir.

Bu üç sayının çarpımı

$x . y . z = 3y . y . (13 - 4y)$

$= 39y^2 - 12y^3$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$78y - 36y^2 = 0$

$2y\,(39 - 18y) = 0$

$2y = 0$ veya $39 - 18y = 0$

$y = \frac{39}{18} = \frac{13}{6}$

Üçüncü sayı : $13 - 4y = 13 - 4 . \frac{13}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$ tür.

Yanıt E

20. $f(x) = -2x^2 + 8x$ fonksiyonunun grafiğinin üzerindeki noktaların koordinatları;

$(x\ ,\ -2x^2 + 8x)$ dir.

Koordinatları Toplamı $= x + (-2x^2 + 8x) = -2x^2 + 9x$

ifadenin birinci türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$-4x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$ olur.

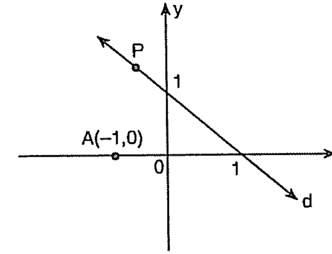
Yanıt C

TEST 22 MAKSİMUM ve MİNİMUM PROBLEMLERİ

1. M(x, 6), N(2, x) noktaları arasındaki uzaklığın minimum olması için x kaç olmalıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

2.



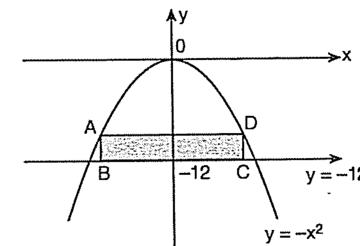
Şekildeki d doğrusu üzerinde bulunan P noktası için $|OP|^2 + |AP|^2$ toplamı en küçük olduğuna göre, P noktasının koordinatı nedir?

A) $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ D) (0,1) E) $\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$

3. Köşeleri A(2, 3), B(–2, 0), C(x, $x^2 + 1$) olan ABC üçgeninin alanının maksimum olması için x kaç olmalıdır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

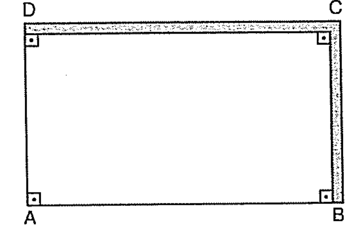
4.



Şekilde iki köşesi $y = -x^2$ parabolü, diğer iki köşesi $y = -12$ doğrusu üzerinde olan ABCD dikdörtgeni verilmiştir. ABCD dikdörtgeninin alanının maksimum değeri kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 46 E) 48

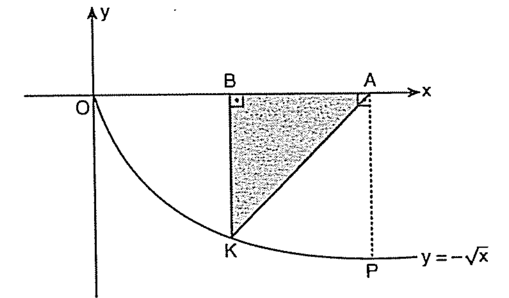
5



Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [DC] kenarı ve [BC] kenarının tümüne duvar örülmüştür. Geriye kalan kısma tel çekilmiştir. Kullanılan telin uzunluğu 80 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç metrekare olur?

A) 1200 B) 1400 C) 1600 D) 1800 E) 2000

6.



Denklemi $y = -\sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün üzerinde K ve P noktalarının x ekseni üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(x,0) ve A(16,0) dır. ABK üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

A) $\frac{16}{3}$ B) 6 C) 8 D) $\frac{32}{3}$ E) 12

7. $f(x) = \frac{4}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktalarının apsisleri çarpımı kaçtır?

A) –9 B) –4 C) 0 D) 4 E) 9

8. Alanı 400 br^2 olan bir dikdörtgenin çevresi en az kaç birimdir?

A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

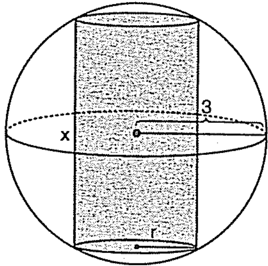
9. Taban çapı 24 cm ve yüksekliği 24 cm olan bir dik koni içine yerleştirilen en büyük hacimli dik silindirin yüksekliği kaç santimetredir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

10. Yarıçapı 6 birim olan bir kürenin içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli koninin yüksekliği kaç birim olur?

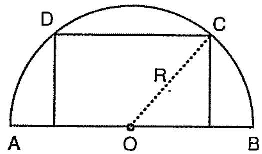
A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 8 E) 9

11. Şekilde 3 birim yarıçaplı küre içine yüksekliği x birim olan bir dik silindir yerleştirilmiştir. Silindirin hacminin maksimum olması için x ne olmalıdır?



A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

12.



Şekildeki R yarıçaplı yarım çember içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı R türünden nedir?

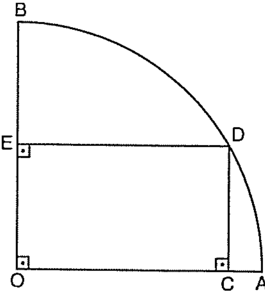
A) $\frac{3}{2}R^2$ B) $\frac{3}{\sqrt{2}}R^2$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}R^2$

D) $\frac{4}{3}R^2$ E) R^2

13. Hipotenüs uzunluğu $4\sqrt{3}$ olan dik üçgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaç birimkaredir?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

14. O merkezli 8 cm yarıçaplı çeyrek çember üzerindeki bir D noktasında yarıçapları inen dikme ayakları C ve E dir. Buna göre, OCDE dikdörtgeninin alanı en çok kaç cm^2 dir?



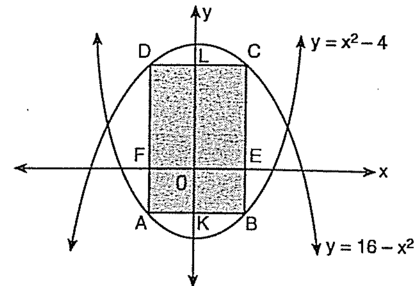
A) 18 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

15. Bir kenarının uzunluğu 8 br olan kare şeklindeki bir saç levha, köşelerinden x br kesilerek üstü açık dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu yapılacaktır.

Buna göre, kutunun hacmini en büyük yapan x değeri kaç birimdir?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

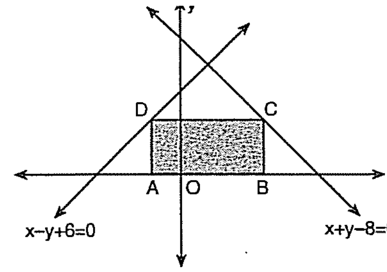
16.



Koordinat düzleminde, $y = 16 - x^2$ ve $y = x^2 - 4$ eğrileri arasına çizilebilen maksimum alanlı ADCP dikdörtgeninde |BC| kaç birimdir?

A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{40}{3}$

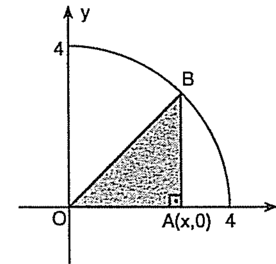
17.



Koordinat düzleminde, $x + y = 8$ ve $x - y = -6$ doğruları arasına çizilebilen maksimum alanlı ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{43}{2}$ B) $\frac{45}{2}$ C) $\frac{47}{2}$ D) $\frac{49}{2}$ E) $\frac{51}{2}$

18. Şekilde denklemi $x^2 + y^2 = 16$ olan çeyrek çember veriliyor. [BA] ⊥ Ox ve A(x,0) dır.
Buna göre,
Alan(OAB) nin alacağı değer x in hangi değeri için en büyüktür?

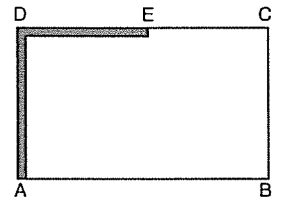


A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{3}$

19. $y = x^2$ eğrisi üzerinde olup P(18,0) noktasına en yakın olan noktanın apsisi kaçtır?

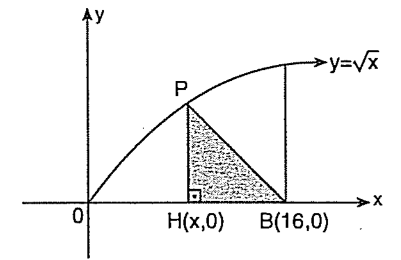
A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

20. Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [DC] kenarının yarısına şekildeki gibi duvar örülüyor. Kalan kısmına ise bir sıra tel çekiliyor. Kullanılan telin uzunluğu 180 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç metrekare olur?



A) 2700 B) 3200 C) 3800 D) 4600 E) 5400

21.

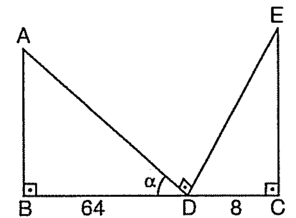


Koordinat düzleminde, $y = \sqrt{x}$ parabolünün, A ve P noktalarının x ekseni üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(16,0) ve H(x,0) dır.

Buna göre, HBP üçgeninin alanı x in hangi değeri için en büyüktür?

A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{17}{5}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{19}{3}$

22. Şekilde
[AB] ⊥ [BC]
[AD] ⊥ [DE]
[BC] ⊥ [EC]
|BD| = 64 br
|DC| = 8 br ve
$m(\widehat{ADB}) = \alpha$ veriliyor.



Buna göre, tanα nın hangi değeri için |AD| + |DE| toplamı en küçüktür?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

TEST 22'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = |MN| = \sqrt{(x-2)^2 + (6-x)^2}$

$= \sqrt{2x^2 - 16x + 40}$

$f'(x) = \dfrac{4x-16}{2\sqrt{2x^2-16x+40}} = 0$

$\Rightarrow 4x - 16 = 0$

$\Rightarrow x = 4$ bulunur.

Yanıt B

2. d doğrusu denklemi,

$\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{1} = 1$ den $x + y = 1$ dir.

P noktası d doğrusu üzerinde olduğu için koordinatı $(x, 1-x)$ dir.

$f(x) = |OP|^2 + |AP|^2$

$f(x) = \left(\sqrt{x^2+(1-x)^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(x+1)^2+(1-x)^2}\right)^2$

$f(x) = x^2 + 1 - 2x + x^2 + x^2 + 2x + 1 + 1 - 2x + x^2$

$f(x) = 4x^2 - 2x + 3$

$f'(x) = 8x - 2$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 8x - 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1}{4}$ olur.

$x + y = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{4} + y = 1 \Rightarrow y = \dfrac{3}{4}$ olur.

O halde, P noktası $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{3}{4}\right)$ dür.

Yanıt A

3. Köşeleri A, B, C noktaları olan ABC üçgeninin alanı analitik konusundaki alan hesabı ile bulunur.

$$f(x) = \text{Alan} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \\ x & x^2+1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$f(x) = \dfrac{1}{2}\left|2x^2 - 4 + 2x^2 - 3x + 2\right|$

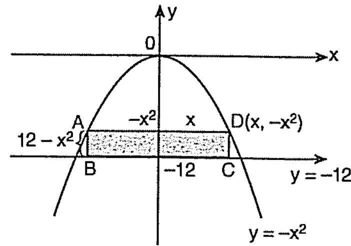
$f(x) = \dfrac{1}{2}\left|4x^2 - 3x - 2\right|$

$f'(x) = \dfrac{8x-3}{2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3}{8}$ bulunur.

Yanıt C

4.



D noktası $y = -x^2$ eğrisinin üzerinde olduğundan $D(x, -x^2)$ yazılabilir. O halde,

$f(x)$ = Dökdörtgenin alanı = $(2x).(12 - x^2)$ dir.

$f(x) = 24x - 2x^3$

$f'(x) = 24 - 6x^2$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 24 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$ olur.

O halde $x = 2$ veya $x = -2$ dir.

$f(2) = 48 - 2.8 = 32$

$f(-2) = -48 + 2.8 = -32$

Dikdörtgenin alanı maksimum 32 olur.

Yanıt A

5 ABCD dikdörtgeninde,

$|AB| = x$ metre

$|BC| = y$ metre olarak yazılırsa,

$x + y = 80$ dir.

$f(x) = x.y = x.(80 - x)$

$f'(x) = 80 - 2x$

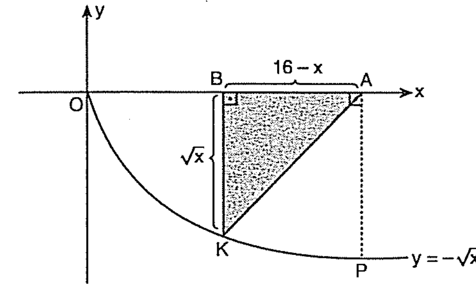
$f'(x) = 0 \Rightarrow 80 - 2x = 0 \Rightarrow x = 40$

$x + y = 80 \Rightarrow y = 40$ bulunur.

O halde, ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla 40.40 = 1600 olur.

Yanıt C

6.



P noktası, parabol üzerinde olduğu için koordinatları (16, –4) dür. B(x,0), A(16,0) olduğundan,

$|AB| = 16 - x$, $|BK| = \sqrt{x}$ dir.

$\text{Alan}(ABP) = \dfrac{(16-x).\sqrt{x}}{2} = f(x)$

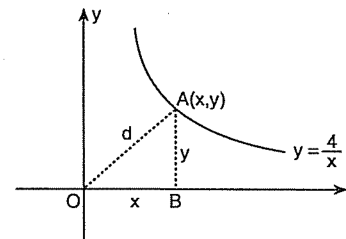
$f'(x) = \dfrac{(-1).\sqrt{x} + (16-x).\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{2}$

$f'(x) = \dfrac{16-3x}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 16 - 3x = 0 \Rightarrow x = \dfrac{16}{3}$ olur.

Yanıt A

7. $f(x) = \dfrac{4}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktası A(x,y) olmak üzere,



$d^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow f(x) = d = \sqrt{x^2+y^2}$

$f(x) = \sqrt{x^2 + \dfrac{16}{x^2}}$

$f'(x) = \dfrac{2x - \dfrac{32}{x^3}}{2\sqrt{x^2 + \dfrac{16}{x^2}}}$

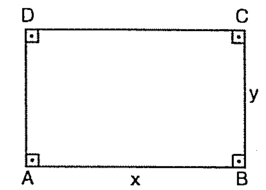
$f'(x) = 0 \Rightarrow x^4 = 16$

$\Rightarrow x = 2$ veya $x = -2$ olur.

O halde, apsisleri çarpımı – 4 dür.

Yanıt B

8.



$|AB| = x$, $|BC| = y$ olmak üzere,

Alan(ABCD) = x.y = 400 dür.

$x.y = 400 \Rightarrow y = \dfrac{400}{x}$ olur.

Çevre(ABCD) = 2(x + y) olduğuna göre,

$f(x) = 2.\left(x + \dfrac{400}{x}\right)$ olur.

$f'(x) = 2.\left(1 - \dfrac{400}{x^2}\right)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 400$

$\Rightarrow x = 20$ (uzunluk negatif olmaz)

$xy = 400$

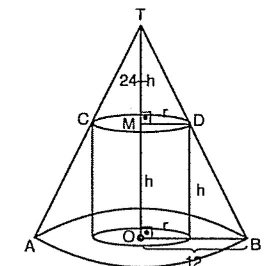
$y = 20$ olur

O halde, çevrenin en küçük değeri

Ç(ABCD) = 2(x + y) = 2.40 = 80 bulunur.

Yanıt C

9.



TOB üçgeni ile TMD üçgeni benzerdir.

$\overset{\Delta}{TMD} \sim \overset{\Delta}{TOB}$

$\dfrac{24-h}{24} = \dfrac{r}{12}$

$24 - h = 2r$

$h = 24 - 2r$

Silindirin hacmi : $\pi . r^2 . h$

$= \pi . r^2 (24 - 2r)$

$= \pi . (24r^2 - 2r^3)$

Birinci türev sıfıra eşitlenirse

$\pi . (48r - 6r^2) = 0$

$6\pi r . (8 - r) = 0$

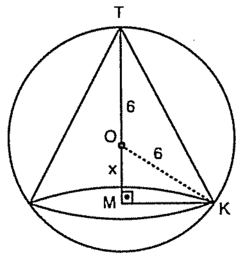
$r = 0$ veya $r = 8$ dir.

$h = 24 - 2r \Rightarrow h = 24 - 2.8 \Rightarrow h = 8$

$h = 8$ için silindirin hacmi en büyük olur.

Yanıt C

10.



O merkezli küre
$|OT| = 6$ br,
$|OK| = 6$ br dir.
$|OM| = x$ br olsun.
OMK dik üçgeninde
$|OM|^2 + |MK|^2 = |OK|^2$
$x^2 + |MK|^2 = 6^2$

$|MK| = \sqrt{36-x^2}$ ve $h = 6 + x$ olur.

Koninin hacmi $= \frac{1}{3}\pi . r^2 . h$

$= \frac{1}{3}.\pi.\left(\sqrt{36-x^2}\right)^2.(6+x)$

$= \frac{1}{3}.\pi.\left(36-x^2\right).(6+x)$

1. türev sıfıra eşitlenirse

$\Rightarrow \frac{\pi}{3}\left[(36-x^2)'.(6+x) + (36-x^2).(6+x)'\right] = 0$

$\Rightarrow \frac{\pi}{3}\left[(-2x)(6+x) + (36-x^2).1\right] = 0$

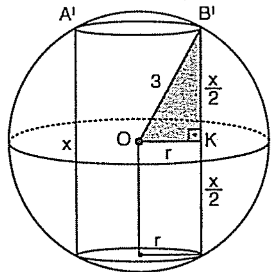
$\Rightarrow \frac{\pi}{3}\left[-12x - 2x^2 + 36 - x^2\right] = 0$

$\Rightarrow \frac{\pi}{3}\left[-3x^2 - 12x + 36\right] = 0$

$-3x^2 - 12x + 36 = 0$
$x^2 + 4x - 12 = 0$
$(x+6)(x-2) = 0$
$x = -6$, $x = 2$
Koninin yüksekliği : $h = x + 6 = 2 + 6 = 8$ br olur.

Yanıt D

11.



OKB′ üçgeninde $r^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 9$ olur.

Silindirin hacmi $= \pi r^2.x$

$f(x) = \pi.\left(9 - \frac{x^2}{4}\right).x = \pi\left(9x - \frac{x^3}{4}\right)$

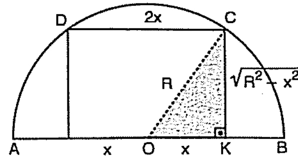
$f'(x) = \pi\left(9 - \frac{3x^2}{4}\right)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 9 = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow x^2 = 12$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{3}$ br olur.

Yanıt B

12.



[CK] ⊥ [OK] olduğundan $|OK| = x$ ise

$|CK| = \sqrt{R^2 - x^2}$ olur. (Pisagor bağıntısından).

$|CD| = 2x$ ve $|CK| = \sqrt{R^2-x^2}$ ise

Dikdörtgenin Alanı $= 2x . \sqrt{R^2-x^2}$
Birinci türevi sıfıra eşitlenirse extremum noktaları bulunur. Çarpımın türevinden;

$2.\sqrt{R^2-x^2} + 2x.\frac{-2x}{2.\sqrt{R^2-x^2}} = 0$

$\sqrt{R^2-x^2} = \frac{x^2}{\sqrt{R^2-x^2}} \Rightarrow R^2 - x^2 = x^2$

$\Rightarrow R^2 = 2x^2$

$\Rightarrow x^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow x = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

Dikdörtgenin alanı $= 2.\frac{R\sqrt{2}}{2}.\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{2}} = R\sqrt{2}.\frac{R}{\sqrt{2}} = R^2$

Yanıt E

13. Hipotenüsü $4\sqrt{3}$, dik kenarları x ve y olan dik üçgen alınırsa, $y^2 = (4\sqrt{3})^2 - x^2 = 48 - x^2$ (Pisagor bağıntısından)

$y = \sqrt{48 - x^2}$

Alanı $= \frac{x.y}{2} = \frac{x.\sqrt{48-x^2}}{2}$

Çarpımın türevi uygulanırsa,

$\frac{\sqrt{48-x^2}}{2} + \frac{x}{2}.\frac{-2x}{2\sqrt{48-x^2}} = 0$

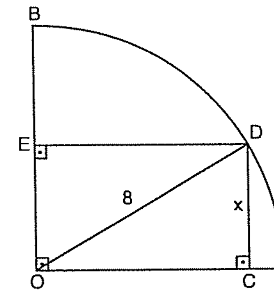
$\Rightarrow \frac{\sqrt{48-x^2}}{2} - \frac{x^2}{2\sqrt{48-x^2}} = 0$

$\Rightarrow x^2 = 48 - x^2 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$ olur.

Alanı $= \frac{x.\sqrt{48-x^2}}{2} = \frac{2\sqrt{6}.\sqrt{48-24}}{2} = 12$ br^2 olur.

Yanıt C

14.



Çemberin yarıçapı 8 cm olduğunda
$|OD| = 8$ cm dir.
$|CD| = x$ alınırsa $8^2 = x^2 + |OC|^2$

$|OC| = \sqrt{64 - x^2}$

$A(OCDE) = x.\sqrt{64-x^2}$

$A(x) = x.\sqrt{64-x^2}$ dir.

Türevi alınırsa;

$A'(x) = 1.\sqrt{64-x^2} + \frac{-2}{2\sqrt{64-x^2}}.x$

$A'(x) = \frac{64-2x}{\sqrt{64-x^2}}$

$A'(x) = 0$ alınırsa
$64 - 2x^2 = 0$ olur.
$x^2 = 32$

$x = 4\sqrt{2}$ cm dir.

Buna alanın en büyük değeri

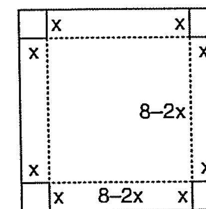
$A(4\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}.\sqrt{64-(4\sqrt{2})^2}$

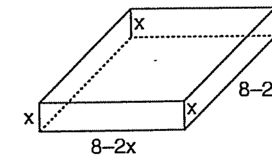
$A(4\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}.4\sqrt{2}$

$A(4\sqrt{2}) = 32$ cm^2 olur.

Yanıt D

15.





Köşelerinden x br kesilip katlanırsa;
Prizmanın tabanı $(8 - 2x)$ br yüksekliği x br olur.
Buna göre, hacmin x değişkenine bağlı fonksiyonu
$H(x) = (8 - 2x)^2.x$

Türevi alınıp sıfıra eşitlenirse
$H'(x) = 2.(8 - 2x).(-2)x + 1.(8 - 2x)^2$
$H'(x) = 12x^2 - 64x + 64 = 0$

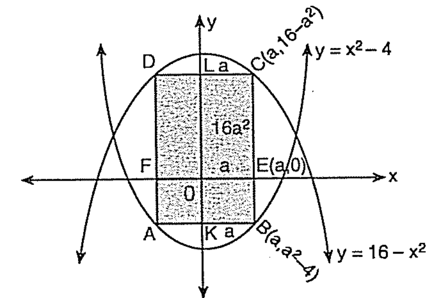
$x = \frac{4}{3}$ ve $x = 4$ bulunur.

$x = 4$ alınırsa prizma oluşmaz. (Taban 0 olur)

O halde, $x = \frac{4}{3}$ olmalıdır.

Yanıt B

16.



Parabollerin tepe noktaları y− ekseni üzerinde olduğundan A(AKLD) = A(KBCL) dir.
E noktasının apsisi a olsun
O halde $y = x^2 - 4$ ve $y = 16 - x^2$
$x = a \Rightarrow y = a^2 - 4$ ve $y = 16 - a^2$ dir.
$|BC| = |CE| + |EB|$
$|BC| = (16 - a^2) - (a^2 - 4)$
$|BC| = -2a^2 + 20$ dir.
$A(KBCL) = |KB|.|BC|$
$= a.(-2a^2 + 20)$
A(ABCD) = 2.(AKBCL) olduğundan
Tüm alanı a ya bağlı olarak gösteren fonksiyon
$A(a) = 2.a.(-2a^2 + 20)$
Türevi alınıp sıfıra eşitlenirse
$A'(a) = 2.(-2a^2 + 20) + 2a.(-4a) = 20$
$A'(a) = -12a^2 + 40 = 0$
$-12a^2 = 40$
$12a^2 = 40$

$a^2 = \frac{10}{3}$ tür.

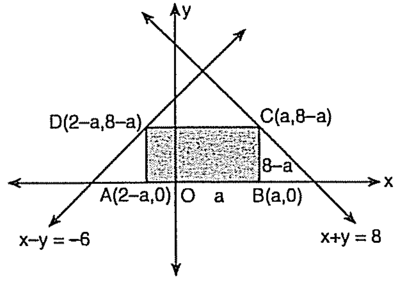
$|BC| = -2a^2 + 20$ olduğundan

$|BC| = -2\frac{10}{3} + 20$

$|BC| = \frac{40}{3}$ br dir.

Yanıt E

17.



B noktasının apsisi a ise C nin apsisi a dır. C nin ordinatı; x + y = 8 doğrusu üzerinde olduğundan

$x = a \Rightarrow a + y = 8 \Rightarrow y = 8 - a$ dır.

C nin ordinatı 8 – a olduğundan D nin ordinatı 8 – a dır.

D noktasının ordinatı x – y = –6 doğrusu üzerinde olduğundan apsisi;

$y = 8 - a \Rightarrow x - (8 - a) = -6$

$x = 2 - a$ dır.

Buna göre, $|AB| = B - A = a - (2 - a)$

$= 2a - 2$ olduğundan.

$A(ABCD) = |AB|.|BC|$

$A(a) = (2a - 2).(8 - a)$

$A(a) = -2a^2 + 18a - 16$ dır.

Türevi alınırsa,

$A'(a) = -4a + 18$

$-4a + 18 = 0$

$A = \frac{9}{2}$ dir.

$A\left(\frac{9}{2}\right) = -2\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 18.\frac{9}{2} - 16$

$A\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{49}{2}$ br² dir.

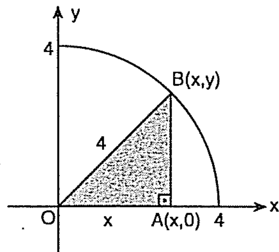
Yanıt D

18. A noktasınınapsisi x olduğundan B noktasının apsisi de x olur.

O halde, B(x, y) olsun.

B noktası çember denklemini sağlar.

O halde,



$x^2 + y^2 = 4^2 \Rightarrow y = \sqrt{16 - x^2}$

Üçgenin alanı: $Alan(OAB) = \frac{x.y}{2}$ olduğundan

$Alan(OAB) = \frac{x.\sqrt{16 - x^2}}{2}$ dir.

Alanı veren fonksiyon $A(x) = \frac{x.\sqrt{16 - x^2}}{2}$

Türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$A'(x) = \frac{1.\sqrt{16 - x^2}}{2} + \frac{-2x}{2.2\sqrt{16 - x^2}}.x = 0$

$\frac{\sqrt{16 - x^2}}{2} - \frac{2x^2}{4\sqrt{16 - x^2}} = 0$

$\frac{16 - x^2 - x^2}{2\sqrt{16 - x^2}} = 0$

$16 - 2x^2 = 0$

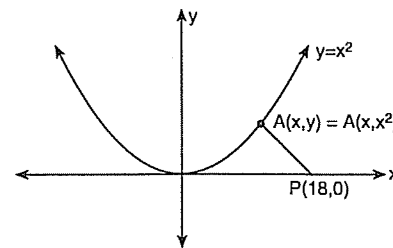
$x^2 = 8$

$x = \mp 2\sqrt{2}$

x in pozitif değeri $x = 2\sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt B

19.



P noktasına y = x² eğrisi üzerindeki en yakın nokta A(x,y) noktası olsun.

|AP| nin en küçük olması için

$|AP| = \sqrt{(x - 18)^2 + (x^2)^2}$ uzaklığı olan

$M(x) = \sqrt{(x - 18)^2 + x^4}$ fonksiyonunun türevinin sıfıra eşitlenmesi gerekir.

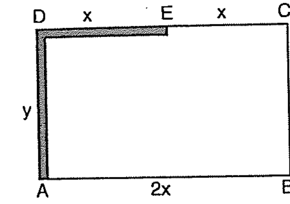
$M'(x) = \frac{2(x - 18) + 4x^3}{2\sqrt{(x - 18)^2 + x^4}}$

$2x - 36 + 4x^3 = 0$

$x = 2$ bulunur.

Yanıt D

20.



|DE| = |EC| = x ve |AD| = y olsun

Telin uzunluğu 180 m ise

$3x + y = 180$

$y = 180 - 3x$ dir.

$A(ABCD) = 2x.y$

$A(x) = 2x.(180 - 3x)$ alan fonksiyonunun türevi alınırsa,

$A'(x) = 2.(180 - 3x) + 2x.(-3)$

$A'(x) = 360 - 12x$

Alanın en çok olması için

$A'(x) = 0$ olmalıdır.

$360 - 12x = 0$

$x = 30$ olur.

Buna göre, alan

$A(ABCD) = 2x.(180 - 3x)$

$A(ABCD) = 2.30.(180 - 3.30)$

$A(ABCD) = 60.90$

$A(ABCD) = 5400$ m² bulunur.

Yanıt E

21.

|HB| = |OB| – |OH|

P noktasının apsisi x ise ordinatı $y = \sqrt{x}$ dir.

O halde, $|OK| = |PH| = \sqrt{x}$ br dir.

$A(HPB) = \frac{|HB|.|HP|}{2}$

$A(x) = \frac{(16 - x).\sqrt{x}}{2}$

A(HPB) nin en büyük olması için A′(x)= 0 olmalıdır.

$A'(x) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2\sqrt{x}}(16 - x) + (-1).\frac{\sqrt{x}}{2}$

$\Rightarrow \frac{16 - x}{4\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} = 0$

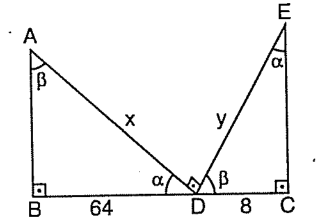
$\Rightarrow \frac{16 - x}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2}$

$\Rightarrow 4x = 32 - 2x$

$\Rightarrow x = \frac{16}{3}$ tür.

Yanıt B

22.



$m(\widehat{BAD}) = \beta$ olsun $\alpha + \beta = 90$ olduğundan

$m(\widehat{EDC}) = \beta$ ve $m(\widehat{DEC}) = \alpha$ olur.

|AD| = x ve |DE| = y olsun,

$\cos\alpha = \frac{64}{x}$ ve $\sin\alpha = \frac{8}{y}$

$x = \frac{64}{\cos\alpha}$ ve $y = \frac{8}{\sin\alpha}$

$|AD| + |DE| = x + y = \frac{64}{\cos\alpha} + \frac{8}{\sin\alpha} = f(x)$

x + y nin en büyük olması için f′(x) sıfır olmalıdır.

$f'(x) = \frac{64\sin\alpha}{\cos^2\alpha} - \frac{8\cos\alpha}{\sin^2\alpha} = 0$

$\frac{64\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{8\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$

$8\cos^3\alpha = 64\sin^3\alpha$

$\frac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha} = \frac{8}{64}$

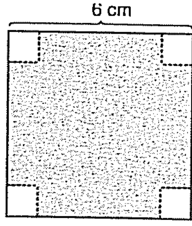
$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2}{4}$

$\tan\alpha = \frac{1}{2}$ dir.

Yanıt C

TEST 23 MAKSİMUM ve MİNİMUM PROBLEMLERİ

1. Şekilde bir kenarı 6 santimetre uzunluğunda olan kare biçimindeki karton verilmiştir. Bu kartonun köşelerinden aynı büyüklükte kareler kesilip atılarak üstü açık dikdörtgenler prizması yapılacaktır. Bu prizmanın hacmi en çok olduğunda kesilip atılan parçaların bir kenar uzunluğu kaç santimetre olur?



A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

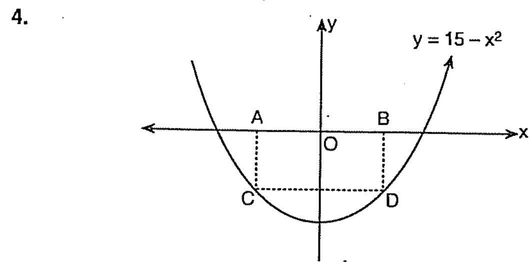
2. İki sayıdan birincisinin 2 katından, ikincisinin yarısı çıkarıldığında sonuç 18 bulunuyor. Bu sayıların çarpımı en az kaç olabilir?

A) –18 B) –27 C) –36 D) –63 E) –81

3. Çevre uzunluğu 28 birim olan dikdörtgenler arasında alanı en büyük olanının alanı kaç birimkaredir?

A) 21 B) 32 C) 49 D) 52 E) 64

4.



C ve D noktaları $y = 15 - x^2$ parabolü üzerinde, A ve B noktaları x ekseni üzerinde olmak üzere, ABCD dikdörtgeni oluşturuluyor. Buna göre, ABCD dikdörtgenlerinden alanı en büyük olanın alanı kaç birimkaredir?

A) 5 B) $15\sqrt{5}$ C) 20 D) $20\sqrt{5}$ E) 25

5. $y = x^2 - 6x + 2$ fonksiyonunun grafiği üzerinde bir nokta alınıyor. Bu noktanın koordinatları toplamı en çok kaç olabilir?

A) $-\frac{5}{2}$ B) $\frac{-25}{4}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{25}{16}$ E) $\frac{25}{8}$

6. Hipotenüs uzunluğu 5 birim olan dik üçgenin alanı en çok kaç birimkare olabilir?

A) $\frac{25}{4}$ B) 25 C) 20 D) 15 E) $\frac{15}{2}$

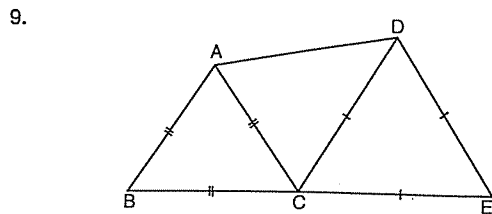
7. Dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kutunun hacmi 288 cm^3 tür. Tabanın boyu eninin 2 katı olduğuna göre, prizmanın hacminin en az olması için boyutlarının toplamı kaç santimetre olmalıdır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 D) 30

8. $f(x) = 2x^2 - 8x$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktalardan koordinatları toplamı en küçük olan noktanın ordinatı kaçtır?

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{49}{4}$ C) $-\frac{63}{8}$ D) $-\frac{9}{8}$ E) $-\frac{63}{4}$

9.



ABC ve CDE eşkenar üçgen ve |BE| = 8 birim olmak üzere, ABED dörtgeninin alanının en az olabilmesi için |BC| kaç birim olmalıdır?

A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 4 D) 3 E) 2

10. $x^2 + (-m + 4)x + 3m - 4 = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamının minimum olması için, m kaç olmalıdır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

11. İki köşesi $y = x^2$ parabolü ve diğer iki köşesi $y = 6$ doğrusu üzerinde bulunan dikdörtgenin alanının maksimum değeri kaçtır?

A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

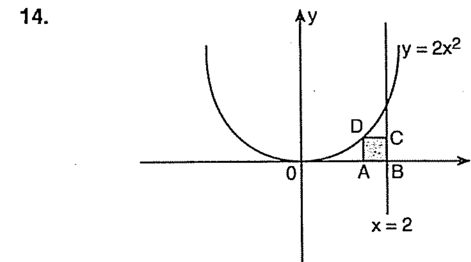
12. $y = x^2 + n$ fonksiyonunun $y = 2x + 1$ doğrusuna en yakın uzaklığı 1 br olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{5} - 2$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5} + 2$ E) 6

13. $y = x^3$ eğrisinin, A(4, 0) noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

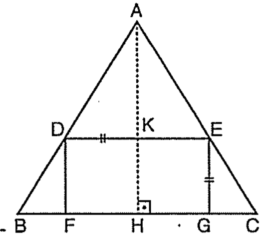
14.



Şekilde $y = 2x^2$ fonksiyonu ile $x = 2$ doğrusunun grafikleri çizilmiştir. D noktası eğri üzerinde olmak üzere, şekildeki ABCD dikdörtgeni oluşturuluyor. Bu dikdörtgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaçtır?

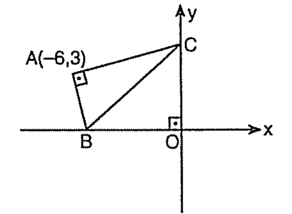
A) $\frac{32}{27}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{64}{27}$ D) 4 E) 8

15. ABC üçgeninde
[AH] ⊥ [BC]
|AB| = |AC|
|DK| = |EG| = a
|BC| = 18 br
|AH| = 6 br
DEFG dikdörtgeninin alanının en büyük olabilmesi için a kaç olmalıdır?



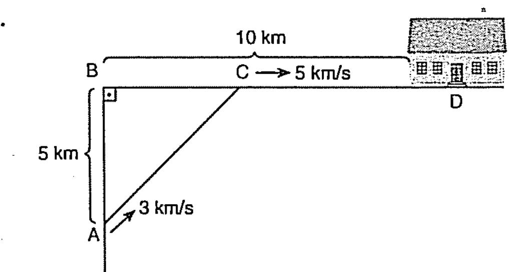
A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

16. Koordinat düzleminde ABC dik üçgeni verilmiştir. [AB] ⊥ [AC] ve A(–6,3) olduğuna göre, |BC| nin en küçük değeri kaç birimdir?



A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{5}$

17.

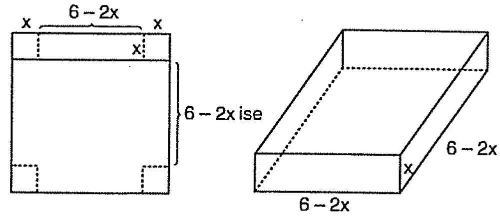


Bir çiftçi, BD asfalt yoluna 5 km uzaklıktaki A noktasındaki tarladadır. Bu çiftçinin evi B noktasından 10 km uzaklıktadır. Çiftçi, tarlada saatte 3 km ve asfaltta saatte 5 km hızla gittiğine göre, |BC| nin hangi değeri için çiftçi evine en kısa zamanda gider?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{35}{12}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{25}{16}$

TEST 23'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1.



$f(x) = (6 - 2x)^2.x$ olur.

$f(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$

$f'(x) = 12x^2 - 48x + 36 = 0$ köklerini bulalım.

$12x^2 - 48x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0$

$x_1 = 1$ v $x_2 = 3$ olur.

Fonksiyon işareti incelendiğinde

x		1		3	
f'(x)	+	0	−	0	+
f(x)	↗	mak.	↘	min.	↗

Hacmi en büyük yapan x değeri 1 bulunur.

Yanıt B

2. 1. sayı x, 2. sayı y olsun

$$2x - \frac{y}{2} = 18 \Rightarrow 2x - 18 = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 4x - 36 \text{ dır.}$$

$f(x) = x.y = x.(4x - 36) = 4x^2 - 36x$ değeri en az olmalıdır. $f'(x) = 8x - 36$ köklerini bulup işaretini inceleyelim

$$8x - 36 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \Rightarrow$$

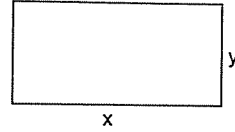
x'		$\frac{9}{2}$	
f'(x)	+	0	+
f(x)	↘	min	↗

O halde, x.y ifadesi $x = \frac{9}{2}$ için en küçük değeri

$$x = \frac{9}{2} \Rightarrow x.y = \frac{9}{2}(-18) = -81 \text{ olur.}$$

Yanıt E

3.



Çevre = 2(x + y) = 28 dir.

$x + y = 4 \Rightarrow y = 14 - x$

Alan = f(x) = x.y en büyük olmalı

$f(x) = x.(14 - x) = 14 - x^2$ ifadesinin birinci türeini bulup sıfıra eşitleyelim türevini bulalım.

$f'(x) = 14 - 2x = 0 \Rightarrow x = 7$ bulunur.

Buradan y = 14 − 7 br dir.

Alan = x.y = 7.7 = 49 birimkare bulunur.

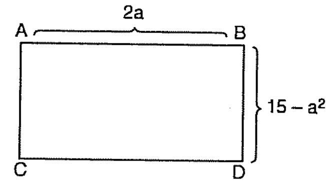
Yanıt C

4. A noktasının koordinatları (−a,0) ve

B noktasının koordinatları (a,0) olsun. Buna göre,

C noktasının koordinatları $(-a, 15 - a^2)$ ve

D noktasının koordinatları $(a, 15 - a^2)$ olur.



|AB| = 2a br

|BD| = $15 - a^2$ br ise

Alan = |AB|.|BD|

Alanın en büyük değerini bulabilmek için f'(a) = 0 denkleminin köklerini bulalım.

$f(a) = 2a.(15 - a^2) - 30a - 2a^3$

$f'(a) = 30 - 6a^2 \Rightarrow 30 - 6a^2 \Rightarrow a^2 = 5$

$\Rightarrow a_1 = \sqrt{5}$ v $a_2 = -\sqrt{5}$

$a = \sqrt{5}$ br için alan en büyüktür.

x'		$-\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$	
f'(x)	−	0	+	0	−
f(x)	↘	min	↗	max.	↘

Yanıt D

5. $A_{mak}(x,y)$ olsun

x = a ise

$y = -a^2 - 6a + 2$ olur

$f(a) = x + y - a + (a^2 - 6a + 2)$

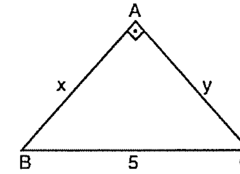
$f'(0) = 2a - 5$

$a = -\frac{5}{2}$ olduğundan.

apsis $-\frac{5}{2}$ bulunur.

Yanıt A

6.



$x^2 + y^2 = 25 \Rightarrow y = \sqrt{25 - x^2}$ dir.

$f(x) = \frac{x.y}{2}$ olur.

$f(x) = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{2}$ olur.

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{25 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}}\right]$$

f'(x) denkleminin köklerini bulalım.

$$\frac{1}{2}\left[\sqrt{25 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}}\right] = 0 \Rightarrow \sqrt{25 - x^2}$$

$$= \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}} \Rightarrow 25 - x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 25 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{\sqrt{2}} \text{ v } x_2 = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

x		$-\frac{5}{\sqrt{2}}$		$\frac{5}{\sqrt{2}}$	
f'(x)	+	0	−	0	+
f(x)	↗	mak.	↘	mim.	↗

$x = \frac{-5}{\sqrt{2}}$ için f(x) maksimum değerini alır.

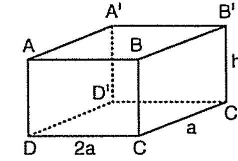
O halde, alan en çok

$$y = \sqrt{25 - \frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{\sqrt{2}}\right) = \frac{25}{4} \text{ birimkare değerini alır.}$$

Yanıt A

7.



Eni a ise boyu 2a olur.

Yüksekliği h olsun

Dikdörtgenler prizmasının hacmi 288

$$2a^2.h = 288 \Rightarrow h = \frac{288}{2a^2} = \frac{144}{a^2}$$

Üst yüzeyi açık olacağına göre

$$\text{Yüzey alanı} = 2a^2 + 4ah + 2ah = 2a^2 + 6a.\frac{144}{a^2}$$

$$= \frac{2a^3 + 864}{a}$$

$f(x) = \frac{2a^3 + 864}{a}$ ifadesinde a nın en az olması için

$f'(a) = 0$ olmalıdır.

$$f'(a) = \frac{6a^3 - 2a^3 - 864}{a^2} = 0 \Rightarrow 6a^3 - 2a^3 - 864 = 0$$

$\Rightarrow 4a^3 = 864 \Rightarrow a^3 = 216$

a = 6 br

$a = 6$ br ise $h = \frac{144}{6^2} = \frac{144}{36} = 4$ br

Boyutları toplamı = 6 + 2.6 + 4 = 22 br dir.

Yanıt B

8. $A_{min}(x, y)$ olsun y = a

$+ \quad y = 2a^2 - 8a$ ise

$f(x) = x + y = 2a^2 - 7a$

toplamının en küçük olması için f'(a) = 0 olması gerekir.

$f'(a) = 4a - 7 \Rightarrow 4a - 7 = 0$

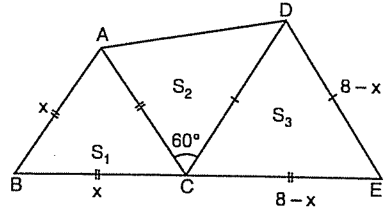
$a = \frac{7}{4} \Rightarrow A_{min}\left(\frac{7}{4}, y\right)$ ise

$y = 2 \cdot \frac{49}{16} - 8 \cdot \frac{7}{4} = \frac{49}{8} - \frac{112}{8}$

$y = -\frac{63}{8}$

Yanıt C

9.



$S_1 = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

$S_3 = \frac{(8-4)^2\sqrt{3}}{4}$

$S_2 = \frac{1}{2}.x.(8-x).\sin 60°$

+

$f(x) = S_1 + S_2 + S_3$ olur.

$f(x) = S_1 + S_2 + S_3$

$f(x) = \frac{\sqrt{3}(2x^2-16x+64)}{4} + \frac{(8x-x^2)\sqrt{3}}{4}$

$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}[x^2-8x+64]$ en az olması için $f'(x)=0$

denklemini sağlayan x değeri bulunmalıdır.

$f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(2x-8) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(2x-8=0 \Rightarrow x=4$ br.

Yanıt C

10. $ax^2 + bx^2 + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere;

$f(m) = x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2$

$= (m-4)^2 - 2(6m-4)$

$= m^2 - 8m + 16 - 6m + 8$

$f(m) = m^2 - 14 + 24$ ifadesinin en küçük değeri için

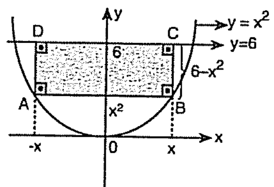
$f'(m) = 0$ eşitliğinin köklerine bakılır.

$f'(m) = 2m - 14 = 0$

$m = 7$ bulunur.

Yanıt A

11.



İki köşesi $y = x^2$ parabolü üzerinde, iki köşesi $y = 6$ doğrusu üzerinde olan dikdörtgen ABCD dikdörtgeni olsun. A ve B nin apsisleri $-x$ ve x alınırsa $y = x^2$ parabolü üzerinde olduğundan A ve B noktalarının ordinatları x^2 olur. Buna göre, $|AB| = 2x$ ve $|CD| = 6 - x^2$ dir.

O halde,

Dikdörtgenin alanı = $(2x) . (6 - x^2)$ dir.

$= 12x - 2x^3$

Türevini sıfır yapan değerlerden biri maksimum, diğeri minimum değerini verir.

$(12x - 2x^3)' = 12 - 6x^2 = 0$

$\Rightarrow 6x^2 = 12$

$\Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$ veya $x = -\sqrt{2}$

$x = \sqrt{2}$ için dikdörtgenin alanı $= 2.\sqrt{2}.(6 - 2) = 8\sqrt{2}$ olur.

Yanıt D

12. $y = x^2 + n$ fonksiyonunun

$y = 2x + 1$ doğrusuna en yakın noktası (x_0, y_0) olsun.

$y = x^2 + n$ parabolünün türevi $y = 2x$ dir. Yani parabolün x_0 noktasındaki teğetinin eğimi $y = 2x_0$ dır. Bu teğet $y = 2x + 1$ doğrusuna paralel olduğundan eğimleri eşittir.

$2x_0 = 2$ dir.

$x_0 = 1$ dir.

$x_0 = 1$ ise $y = x^2 + n = 1 + n$ dir.

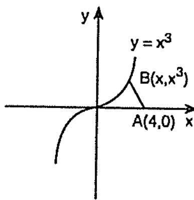
$(1, 1 + n)$ noktasının $y - 2x - 1 = 0$ doğrusuna uzaklığı 1 birim olduğundan;

$1 = \frac{|1+n-2-1|}{\sqrt{1+4}} \Rightarrow |n-2| = \sqrt{5}$

$\Rightarrow n = 2 + \sqrt{5}$ veya $n = 2 - \sqrt{5}$ olur.

Yanıt D

13.



B noktası $y = x^3$ eğrisi üzerinde olduğundan koordinatları $B(x, x^3)$ olmalıdır. B noktası A(4, 0) noktasına en yakın olan nokta olduğuna göre iki nokta arasındaki uzaklık en az olmalıdır.

$|AB| = \sqrt{(x-4)^2 + (x^3-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + x^6}$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$\frac{1}{2}\left((x-4)^2 + x^6\right)^{-\frac{1}{2}}.\left[2(x-4) + 6x^5\right] = 0$

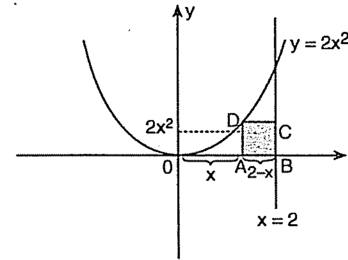
$\Rightarrow \frac{-8 + 2x + 6x^5}{2\sqrt{(x-4)^2 + x^6}} = 0$

$\Rightarrow 6x^5 + 2x - 8 = 0$ denklemini sağlayan x değeri 1 dir.

O halde $y = x^3$ eğrisinin A(4,0) noktasına en yakın noktasının apsisi 1 dir.

Yanıt C

14.



D köşesi, parabol üzerinde olduğu için koordinatı $(x, 2x^2)$ dir. ABCD dikdörtgeninin x e bağlı olan fonksiyonu,

$f(x) = 2x^2.(2 - x)$ dir.

$f'(x) = 4x.(2 - x) + 2x^2.(-1)$

$f'(x) = 8x - 4x^2 - 2x^2$

$f'(x) = 8x - 6x^2$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x(8 - 6x) = 0 \Rightarrow x = 0$ veya $x = \frac{4}{3}$ olur.

$f''(x) = 8 - 12x$

$f''(0) > 0$ olduğundan f(x), x = 0 apsisli noktada minimum değerini alır.

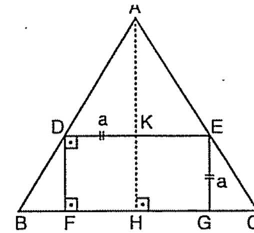
$f''\left(\frac{4}{3}\right) < 0$ olduğundan f(x), $x = \frac{4}{3}$ apsisli noktada maksimum değerini alır.

O halde ABCD dikdörtgeninin alanının en büyük değeri $f\left(\frac{4}{3}\right)$ tür.

$f\left(\frac{4}{3}\right) = 2.\frac{16}{9}.\left(2 - \frac{4}{3}\right) = \frac{32}{9}.\frac{2}{3} = \frac{64}{27}$ olur.

Yanıt C

15.



$|DE| = y$ olsun

$[DE] // [BC]$

$\left.\begin{array}{l}|BC| = 18br \\ |AH| = 6br\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{y}{18} = \frac{6-a}{6} \Rightarrow y = 18 - 3a$ olur.

Alan $= |DE|.|EG| \Rightarrow f(x) = y.a = (18 - 3a).a$

Alanın en büyük olması için $f'(x) = 0$ olmalı.

$f'(x) = 18 - 3a \Rightarrow 18 - 3a = 0 \Rightarrow a = 6$ br.

$f''(x) = -3 < 0$ (mak. değeri vardır.)

Yanıt D

16. B(x,0) ve C(0,y) olsun

[AB] ⊥ [AC] olduğundan eğimleri çarpımı −1 olmalıdır.

$m_{AB}.m_{AC} = -1 \Rightarrow \frac{3}{-6-x}.\frac{y-3}{6} = -1 \Rightarrow \frac{y-3}{-12-2x} = -1$

$= y - 3 = 2x + 12$

$y = 15 + 2x$

OBC dik üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$m_{AB}.m_{AC} = -1 \Rightarrow \frac{3}{-6-x}.\frac{y-3}{6} = -1 \Rightarrow \frac{y-3}{-12-2x} = -1$

$= y - 3 = 12 + 2x$

$y = 15 + 2x$

OBC dik üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$|OC|^2 + |OB|^2 = |BC|^2 \Rightarrow |BC|^2$

$= x^2 + y^2 \Rightarrow |BC| = \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + (2x+15)^2}$

$f(x) = \sqrt{5x^2 + 60x + 225}$

$f'(x) = \frac{10x+60}{2\sqrt{5x^2+60x+225}} = 0 \Rightarrow x = -6$

$y = 3$

$|BC| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

Yanıt E

17. Zaman $= \frac{\text{Yol}}{\text{Hız}}$ yani $t = \frac{x}{V}$ dir.

$|AC|$ uzunluğunu t_1 saatte

$|CD|$ uzunluğunu t_2 saatte alsın.

ABC dik üçgeninde pisagor uygulanarak $|AC|$ nu bulalım.

$x^2 + 5^2 = |AC|^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{x^2+25}$

$t_1 = \frac{|AC|}{3} = \frac{\sqrt{x^2+25}}{3}$ ve $t_2 = \frac{|CD|}{5} = \frac{10-x}{5}$

Toplam zaman $= t_1 + t_2 = f(x)$ olacağına göre

$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+25}}{3} + \frac{10-x}{5}$ olur.

En kısa zamanı bulmak için $f'(x) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = \frac{x}{3.\sqrt{x^2+25}} + \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{x^2+25}} + \frac{1}{5} = 0$

$\Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{x^2+25}} = \frac{1}{5}$

Her iki tarafın karesini alıp denklemi çözelim

$\Rightarrow 5x = 3\sqrt{x^2+25}$

$25x^2 = 9(x^2+25)$

$25x^2 - 9x^2 = 225 \Rightarrow 16x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4}$ br

Yanıt C

TEST 24 DÖNÜM NOKTASI, KONVEKS VE KONKAV

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x - 2$

fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) 10 E) 12

2. $f : R \to R$

$f(x) = x^3 + ax^2 - 6x + 6$ eğrisinin büküm noktasının apsisi –1 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

A) –8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

3. $f : R \to R$

$$f(x) = \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$$

fonksiyonunun dönüm noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 3$ fonksiyonunun dönüm noktası A(3, 6) olduğuna göre, (a + b) toplamı kaçtır?

A) 30 B) 28 C) 26 D) 25 E) 23

5. $f(x) = a + (x - b)^5$ fonksiyonunun dönüm noktası A(2, 1) olduğuna göre, f(x) in x = 3 apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda A(1, –1) noktası yerel minimum noktası ve x = –1 apsisli noktası dönüm noktası olduğuna göre, c değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. $f(x) = x^3 - 2mx^2 + nx + 1$ fonksiyonunun x = 1 apsisli noktasındaki teğetinin eğimi 2 dir.

Bu fonksiyonun x = 4 apsisli noktasında dönüm noktası olduğuna göre, n kaçtır?

A) –21 B) –19 C) 19 D) 23 E) 27

8. $f(x) = (x + 3)^3 - 3x^2 + 4x + 2$ fonksiyonunun dönüm noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) 20 B) 14 C) $\frac{1}{19}$ D) $-\frac{1}{19}$ E) –19

9. $y = x^3 + ax^2 - 3$ eğrisinin dönüm noktasındaki teğetinin eğimi – 3 olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –3 B) $-2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 9

10. f(x) = arctanx fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) –1 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

11. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ fonksiyonunda x = 1 apsisli nokta dönüm noktasıdır.

Bu noktadan f(x) e çizilen teğet x + y – 1 = 0 doğrusuna dik olduğuna göre, b kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 4 D) 6 E) 9

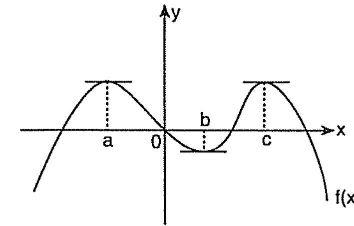
12. $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + ax + 5$ fonksiyonunun dönüm noktasındaki teğetin eğim açısı 45° olduğuna göre, a kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

13. $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 8$ fonksiyonunda apsisi x = 2 olan nokta dönüm (büküm) noktasıdır. Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi 4 olduğuna göre, c değeri kaçtır?

A) 11 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

14.



Şekilde verilen f(x) fonksiyonunun kaç tane dönüm noktası vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $f(x) = x^3 - x^2$ fonksiyonunun konveks olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{21}, \frac{1}{3}\right)$

D) $\left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ E) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

16. $f : R \to R$, $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 13$ eğrisinin konveks olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1, ∞) B) (–2, ∞) C) (–3, ∞)

D) (–∞, –2) E) (–∞, –3)

17. $f : R \to R$

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{35}{2}x^2 + 3x - 8$$

eğrisinin konkav olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–7, 5) B) (–∞, –7) C) (–∞, 5)

D) (–∞, –7) ∪ (5, ∞) E) (5, ∞)

18. $f(x) = x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 7$ eğrisi, aşağıdaki aralıkların hangisinde konkavdır?

A) (–4, 2) B) (–2, –1) C) (–1, 5)

D) (2, 7) E) (5, 9)

19. $f(x) = (x - 1).(x + 3)^2$ eğrisi veriliyor. Aşağıdaki aralıkların hangisinde bu eğrinin çukurluk yönü yukarı doğrudur?

A) $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$ B) (–∞, –3) C) (–3, –2)

D) $\left(-3, -\frac{5}{3}\right)$ E) $\left(-\frac{5}{3}, \infty\right)$

20. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 4x + 5$ fonksiyonunun konkav olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 1) B) (1, 2) C) (1, 3)

D) (3, +∞) E) R

TEST 24'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. İkinci türevinin tek katlı kökleri dönüm noktalarının apsisleridir.

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 4$

$f''(x) = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$ bulunur.

Buna göre,

$x = 2$ için $f(2) = 8 - 24 + 8 - 2 = -10$ bulunur.

Yanıt B

2. $f(x) = x^3 + ax^2 - 6x + 6$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 6$

$f''(x) = 6x + 2a$

$f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3$ bulunur.

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 6x + 6$

$f(-1) = -1 + 3 + 6 + 6 = 14$ bulunur.

Yanıt E

3. $f(x) = \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$

$f'(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 3$

$f''(x) = 2x^2 - x - 3$

$f''(x) \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$

$f''(x) \Rightarrow (2x - 3)(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} \quad x_2 = -1$

x	$-\infty$	-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
f''(x)	+	0	−	0	+	
f(x)	∪		∩		∪	

Tabloda da görüldüğü üzere $x = -1$ ve $x = \frac{3}{2}$ apsisli noktalar fonksiyonun dönüm noktalarıdır.

$x_1 + x_2 = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

Yanıt D

4. $f(3) = 6$ ve $f''(3) = 0$ olmalıdır.

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 3$

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$

$f''(x) = 6x - 2a$

$f''(3) = 0 \Rightarrow 6.3 - 2a = 0 \Rightarrow a = 9$

$f(x) = x^3 - 9x^2 + bx + 3$

$f(3) = 3^3 - 9.3^2 + 3b + 3 = 6$

$\Rightarrow b = 19$ olduğundan

$a + b = 9 + 19 = 28$ bulunur.

Yanıt B

5. A(2, 1) noktası dönüm noktası olduğundan,

$f''(2) = 0$ ve $f(2) = 1$ dir.

$f(x) = a + (x - b)^5$

$f'(x) = 5(x - b)^4$

$f''(x) = 20(x - b)^3$

$f''(2) = 20(2 - b)^3 = 0 \Rightarrow b = 2$ dir.

$f(2) = 1$ olduğundan

$f(2) = a + (2 - 2)^5 = 1 \Rightarrow a = 1$ bulunur.

Buna göre, $f(x) = 1 + (x - 2)^5$ bulunur.

f(x) eğrisine x = 3 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi $f'(3)$ tür.

$f(x) = 1 + (x - 2)^5$

$f'(x) = 5(x - 2)^4$

$f'(3) = 5(3 - 2) = 5$ bulunur.

Yanıt C

6. A(1, −1) noktası yerel minimum noktası ise;

$f(1) = -1$ ve $f'(1) = 0$ dır.

x = 1 apsisli nokta dönüm noktası ise;

$f''(1) = 0$ dır.

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f''(x) = 6x + 2a$ olduğundan

$f''(1) = 6 + 2a = 0$

$a = 3$ bulunur.

$f'(1) = 0 \Rightarrow 3.1^2 + 2a.1 + b = 0$

$3 + 2.(+3) + b = 0$

$b = -9$ bulunur.

$f(1) = -1 \Rightarrow 1^3 + a.1^2 - b.1 + c = -1$

$1 + (+3) - 9 + c = -1$

$c = 4$ bulunur.

Yanıt A

7. x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi 2 olduğuna göre,

$f'(1) = 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4mx + n$

$f'(1) = 3 - 4m + n = 2 \Rightarrow n - 4m = -1$

Dönüm noktasındaki x değeri için ikinci türev sıfır olacağından,

$f''(4) = 0 \Rightarrow f''(x) = 6x - 4m$

$\Rightarrow f''(4) = 24 - 4m = 0$

$4m = 24$

$m = 6$ olur.

$n - 4m = -1$ ve $m = 6 \Rightarrow n - 24 = -1 \Rightarrow n = 23$ olur.

Yanıt D

8. $f(x) = (x + 3)^3 - 3x^2 + 4x + 2$

$f'(x) = 3(x + 3)^2 - 6x + 4$

$f''(x) = 6(x + 3) - 6 = 0$

$x + 3 = 1$

$x = -2$ dönüm noktasının apsisidir.

Bu noktadaki teğetinin eğimi m_T olun.

$m_T = f'(-2) = 3(-2 + 3)^2 - 6.(-2) + 4$

$m_T = 3 + 12 + 4$

$m_T = 19$

Normalin eğimi m_N olmak üzere; $m_T.m_N = -1$ olduğundan

$19.m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{19}$ bulunur.

Yanıt D

9. Bir eğrinin dönüm noktası ikinci türevi sıfır yapar.

Dolayısıyla,

$f'(x) = 3x^2 + 2ax$

$f''(x) = 6x + 2a = 0$

$x = \frac{a}{3}$ apsisli nokta dönüm noktasıdır.

O halde,

$f'\left(-\frac{a}{3}\right) = -3$ olmalıdır.

$f'(-\frac{a}{3}) = \frac{a^2}{3} - \frac{2a^2}{3} = -3$

$\Rightarrow -\frac{a^2}{3} = -3 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$

Yanıt A

10. $f(x) = \text{arctan}x$

$f'(x) = \frac{1}{1 + x^2}$

$f''(x) = \frac{0.(1 + x^2) - 2x.1}{(1 + x^2)^2}$

$f''(x) = -\frac{2x}{(1 + x^2)} = 0$ eşitliğinin kökü

$x = 0$ bulunur.

x	$-\infty$	0		$+\infty$
f''(x)	+	0	−	
f(x)	∪ konveks		∩ konkav	

x = 0 apsisli noktada konvekslikten konkavlığa geçtiği için x = 0 apsisli nokta dönüm noktasıdır.

Yanıt C

11. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f''(x) = 6x + 2a$

Dönüm noktasında ikinci türev sıfır olacağından,

$f''(1) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$ bulunur.

$x + y - 1 = 0 \Rightarrow y = -x + 1$ doğrusunun eğimi −1 dir.

Bu doğruya dik olan doğrunun eğimi;

$m_T . (-1) = -1 \Rightarrow m_T = 1$ olur.

$f'(1) = 1 \Rightarrow f'(1) = 3.1^2 + 2 . (-3) . 1 + b = 1$

$\Rightarrow b = 4$ bulunur.

Yanıt C

12. f(x) fonksiyonunun dönüm noktasında $f''(x) = 0$ dır.

Fonksiyon 2. türevini bulalım.

$f'(x) = 6x^2 + 12x + a$

$f''(x) = 12x + 12$ dir.

2. türevin kökünü bulursak;

$12x + 12 = 0$

$x = -1$ dönüm noktasıdır.

f(x) in x = −1 noktasındaki teğetinin eğimi $f'(-1)$ dir.

Aynı zamanda eğim açısı 45° olduğundan $m_T = \tan 45°$ olur. Buradan $m_T = f'(-1) = \tan 45° = 1$ elde edilir.

$f'(-1) = 6.(-1)^2 + 12.(-1) + a = 1$

$f'(-1) = 6 - 12 + a = 1$

$a = 7$ olur.

Yanıt C

13. $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 8$ fonksiyonunda dönüm (büküm) noktasının apsisi x = 2 olduğuna göre, $f''(2) = 0$ dır.

$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$

$f''(x) = 6x + 2b$

$f''(2) = 12 + 2b = 0 \Rightarrow b = -6$ dır.

Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi 4 olduğuna göre, $f'(2) = 4$ tür.

$f'(x) = 3x^2 - 12x + c$

$f'(2) = 12 - 24 + c = 4 \Rightarrow c = 16$

Yanıt E

14.

y

a 0 b c x

f(x)

x ∈ (a, b) aralığında fonksiyonun grafiği konkavdan konvekse geçtiği için bu aralıkta bir büküm noktası vardır.

x ∈ (b, c) aralığında fonksiyonun grafiği konveksten konkava geçtiği için bir büküm noktaları da bu aralıkta vardır.

O halde, bu fonksiyonun 2 tane büküm noktası vardır.

Yanıt B

15. Bir fonksiyonun konveks olması için fonksiyonun ikinci türevinin sıfırdan büyük olması gerekir.

$f(x) = x^3 - x^2$

$f'(x) = 3x^2 - 2x$

$f''(x) = 6x - 2 > 0$ olmalıdır.

$6x - 2 > 0$

$x > \frac{1}{3}$ olmalıdır. O halde, fonksiyonun konveks olduğu aralık $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ dur.

Yanıt D

16. $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 13$

$f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$

$f''(x) = 6x + 12$

$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x + 12 = 0 \Rightarrow x = -2$

x		-2	
f''(x)	−		+
f(x)	∩ Konkav (iç bükey)		∪ Konveks (dış bükey)

O halde, f(x) fonksiyonu $(-2, \infty)$ aralığında konvekstir.

Yanıt B

17. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{35}{2}x^2 + 3x - 8$

$f'(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 35x + 3$

$f''(x) = x^2 + 2x - 35$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$

$\Rightarrow (x + 7)(x - 5) = 0$

$\Rightarrow x_1 = -7 \ , \ x_2 = 5$

x		-7		5	
f''(x)	+		−		+
f(x)	∪ konveks		∩ konkav		∪ konveks

f(x) fonksiyonu $(-7, 5)$ aralığında konkavdır.

Yanıt A

18. f(x) in konkav olduğu aralıkta $f''(x) < 0$ sağlanır.

$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 - 60x$

$f''(x) = 12x^2 - 48x - 60$

$= 12.(x^2 - 4x - 5)$

$= 12.(x - 5)(x + 1) < 0$ olmalıdır.

Kökler $(x - 5).(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 5$ ve $x = -1$ dir.

x		−1		+5	
f''(x)	+		−		+

$f''(x) < 0$ olduğu yani f(x) in konkav olduğu aralık $(-1, 5)$ tir.

Yanıt C

19. Fonksiyonun çukurluk yönü yukarı doğru ise $f''(x) > 0$ dır.

$f''(x) = 1.(x + 3)^2 + (x - 1).2.(x + 3)$

$f''(x) = x^2 + 6x + 9 + 2x^2 + 4x - 6$

$f''(x) = 3x^2 + 10x + 3$

$f'''(x) = 6x + 10 > 0 \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$ olmalıdır.

O halde, fonksiyon çukurluk yönü $\left(-\frac{5}{3}, \infty\right)$ aralığında yukarı doğrudur.

Yanıt E

20. $f''(x)$ değer tablosunu yapalım.

$f'(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

$f''(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x = 3$ ve $x = 1$ dir.

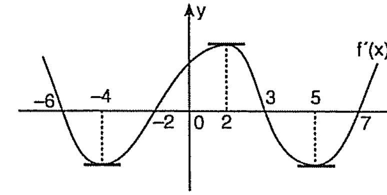
x		1		3	
f''(x)	+		−		+
	∪ konveks		∩ konkav		∪ konveks

O halde, konkav olduğu aralık $(1, 3)$ tür.

Yanıt C

TEST 25 — TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

1.



Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f(x) in $x = -6$ apsisli noktada yerel minimumu vardır.

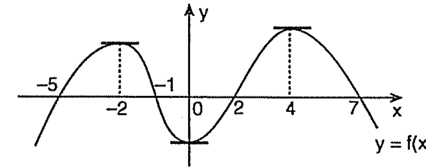
B) f(x) in $x = -4$ ve $x = 5$ apsisli noktalarda dönüm noktası vardır.

C) $(-6, -2) \cup (3, 7)$ aralığında f(x) azalandır.

D) $(-2, 3)$ aralığında f(x) artandır.

E) $(-4, 2)$ aralığında f(x) in çukurluk yönü yukarı doğrudur.

2.



f : R → R, 1. ve 2. mertebeden türevi bulunan bir fonksiyondur.

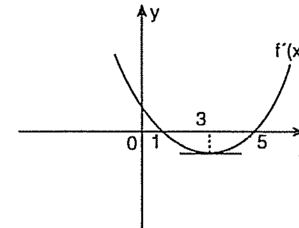
f(x) in grafiği şekildeki gibi olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(8) > 0$ B) $x \in (0, 4) \Rightarrow f'(x) < 0$

C) $f''(-2) > 0$ D) $f''(0) < 0$

E) $f'(7) < 0$

3.



Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $(1, 5)$ aralığında azalandır.

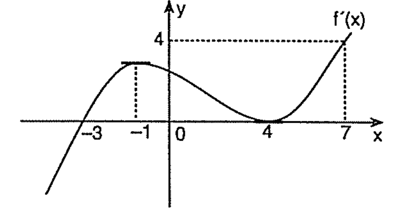
B) $x = 5$ apsisli noktada yerel minimum vardır.

C) $x = 3$ apsisli noktada dönüm noktası vardır.

D) $(-\infty, 3)$ aralığında f(x) konkavdır.

E) $(3, \infty)$ aralığında f(x) konkavdır.

4.

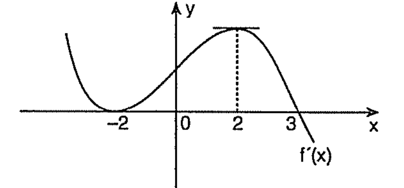


Yukarıda $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(x) fonksiyonunun dönüm noktalarının apsileri çarpımı kaçtır?

A) −12 B) −4 C) 4 D) 8 E) 12

5.



Yukarıda $f'(x)$ in grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x = 3$ apsisli noktada f(x) in yerel maksimumu vardır.

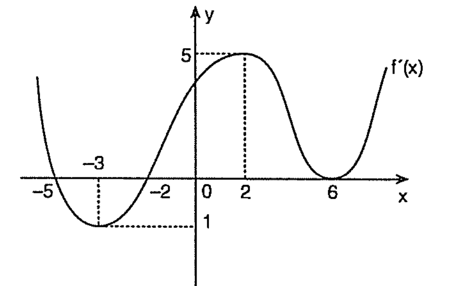
B) $f''(2) = 0$ dır.

C) $(-2, 0)$ noktası f(x) in dönüm noktasıdır.

D) $f'(-2) = f''(-2) = 0$ dır.

E) $(2, \infty)$ aralığında f(x) konvekstir.

6.



Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f(x) fonksiyonunun $x = 6$ apsisli noktada dönüm (büküm) noktası vardır.

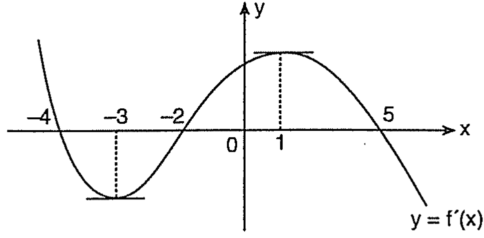
B) $(-\infty, -3)$ aralığında fonksiyonun çukurluğu aşağı doğrudur.

C) $x = -2$ apsisli nokta yerel minimum noktadır.

D) $(2, 6)$ aralığında eğrinin çukurluğu yukarı doğrudur.

E) $x = -3$ apsisli nokta dönüm noktasıdır.

7.



Şekildeki grafik y = f´(x) fonksiyonuna aittir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f(x), (1, 5) aralığında azalandır.

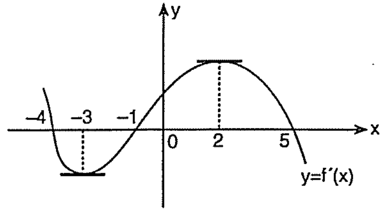
B) f(x), (–4, –3) aralığında azalandır.

C) x = 5 apsisli noktada f (x) in yerel minimumu vardır.

D) x = –2 apsisli nokta f(x) fonksiyonunun dönüm noktasıdır.

E) f´´(3) > 0 dır.

8.



y = f´(x) fonksiyonunun grafiğine göre aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) f(–4) = 0 dır.

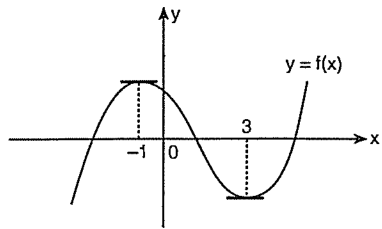
B) x = –3 apsisli noktada f(x) in yerel minimumu vardır.

C) x = –4 apsisli noktada f(x) in yerel minimumu vardır.

D) (–3, 2) aralığında f(x) in çukurluk yönü yukarıdır.

E) f´´(5) > 0 dır.

9.



y = f(x) üçüncü dereceden polinom fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) f´´(1) < 0 B) f´´(3) < 0 C) f´´(1) = 0

D) f´(–1) > 0 E) f´(3) < 0

10. y = f(x) fonksiyonunun A(1,4) noktasında yerel maksimumumu olduğuna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi daima doğrudur?

I. f(1) = 4

II. f´(1) = 0

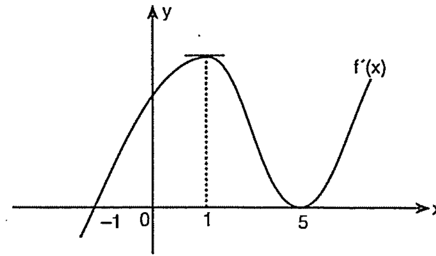
III. f´´(1) = 4

IV. f´´(1) < 0

V. f´´(1) = 0

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11.



Yukarıda f´(x) türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) x = –1 apsisli noktada f(x) in yerel minumumu vardır.

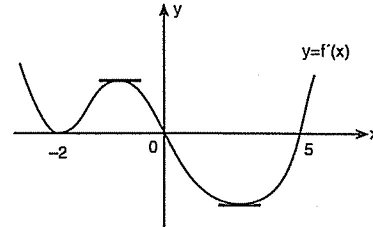
B) f (2) > f (4) tür.

C) f´´(1) = 0 dır.

D) x = 5 apsisli noktada f(x) in dönüm noktası vardır.

E) f´(5) = f´´(5) = 0 dır.

12.



Yukarıdaki koordinat düzleminde y = f(x) fonksiyonunun birinci türevinin grafiği verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) x = –2 apsisli noktada f(x) fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.

B) x = 0 apsisli noktada f(x) in yerel minimumu vardır.

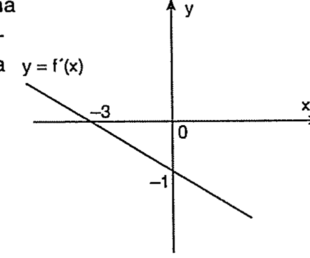
C) f(x) fonksiyonunun üç tane yerel ekstremum noktası vardır.

D) x = 5 apsisli noktada f(x) fonksiyonun yerel minimumu vardır.

E) f´(–2) . f(–2) . f(5) > 0 dır.

13. y = f(x) fonksiyonuna ait f´ türev fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.

Bu grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) (–3, ∞) aralığında f azalan fonksiyondur.

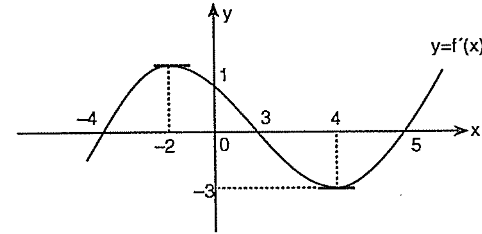
B) (–∞, –3) aralığında f artan fonksiyondur.

C) x = –3 apsisli noktada f fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.

D) f(3) > f(1) dir.

E) f(–4) > f(–5) tir.

14.



Yukarıdaki koordinat düzleminde, y = f´(x) in grafiği verilmiştir.

Grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f´(–2) = 0 dır.

B) x = –4 apsisli noktada yerel minimum vardır.

C) f´(4) = 0 dır.

D) x = 3 apsisli noktada yerel maximum vardır.

E) (4, 5) aralığında f(x) artandır.

15 f : R → R

f(x) = –(x + 1) (x – 2) (x – 3) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f´(–1) < 0 B) f´(3) > 0 C) f´´(0) > 0

D) f´´(–2) > 0 E) f´´(3) < 0

16 f(x) = $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + x - 7$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) x = –1 apsisli noktada dönüm noktası vardır.

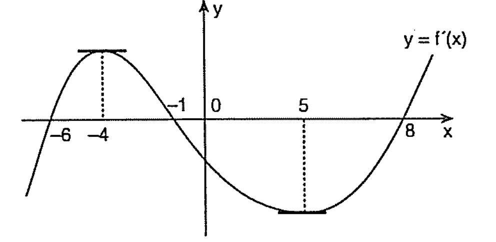
B) x = 1 apsisli noktada fonksiyon azalandır.

C) x = –5 apsisli noktada fonksiyon artandır.

D) Fonksiyonun çukurluğu daima yukarı doğrudur

E) f ´´(6) < 0 dır.

17.



Yuarıda y = f´(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) (–6, –1) aralığında f(x) in çukurluğu aşağı doğrudur.

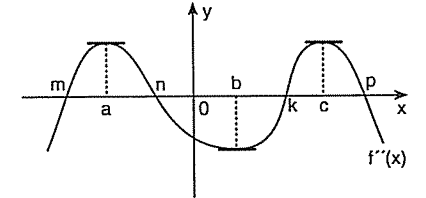
B) f´´(–2) > 0 dır.

C) f´´(–8) < 0 dır.

D (5, ∞) aralığında f in çukurluğu yukarı doğrudur

E) (8, ∞) aralığında f azalandır.

18.



Yukarıda verilen f´´(x) fonksiyon grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) (p, ∞) aralığında f(x) in çukurluğu aşağı doğrudur.

B) f(x) in yerel ekstremum noktaları 5 tanedir.

C) f(x) = 0 denkleminin 6 farklı kökü vardır.

D) f(x) in 4 tane dönüm noktası vardır.

E (k, p) aralığında f´(x) fonksiyonu azalandır.

19. f : R → [–1, 1]

f(x) = sinx fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f´(3).f´(5) < 0 B) f´(7) < 0 C) f´(1) < 0

D) f(2).f´(4) < 0 E) f´(0) < 0

20. f(x) = $x^3 + 6x - 5$ fonksiyonunun kaç tane reel kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

TEST 25'İN ÇÖZÜMLERİ

1.

x		−6		−2		3		7	
f′(x)	+		−		+		−		+
f(x)	↗		↘		↗		↘		↗

A) x = −6 apsisli noktada f(x) eğrisinin yerel minimumu vardır. (Yanlış)

B) Türev grafiğinden x = −4 ve x = 5 apsisli noktalarda teğet doğruları x eksenine paralel olduıundan dönüm noktalarıdır. (Doğru)

C) Tablodan (−6, −2) ve (3,7) aralıklarında fonksiyon azalandır. (Doğru)

D) Tablodan (−2,3) aralığında fonksiyon artandır. (Doğru)

E) (−4,2) aralığında f′(x) in grafiği artan olduğundan çukurluk yönü yukarıdır. (Doğru)

Yanıt A

2. f fonksiyonunun tepe noktaları f′ fonksiyonunun kökleri olduğundan

x	−∞		−2		0		4		+∞
f′(x)		+	0	−	0	+	0	−	
f(x)		↗		↘		↗		↘	

A) f′(8) < 0 dır. (Yanlış)

B) x ∈ (0, 4) ⇒ f′(x) > 0 dır. (Yanlış)

C) x = −2 apsisli noktada f′ azalan olduğundan f″(−2) < 0 dır. (Yanlış)

D) x = 0 apsisli noktada f′ artan olduğundan f″(0) > 0 dır. (Yanlış)

E) f′(7) < 0 dır. (Doğru)

Yanıt E

3.

x		1		5	
f′(x)	+		−		+
f(x)	↗		↘		↗

A) Fonksiyon (1, 5) aralığında azalandır. (Doğru)

B) x = 5 apsisli noktada yerel minimum vardır. (Doğru)

C) x = 3 apsisli noktada konkavlıktan konveksliğe döndüğü için dönüm noktasının apsisi 3 tür. (Doğru)

D) (−∞, 3) aralığında f(x) konkavdır. (Doğru)

E) (3, ∞) aralığında f(x) konvekstir. (Yanlış)

Yanıt E

4. f′(x) fonksiyonu (−5, −1) ve (4, 7) aralığında artan olduğundan bu aralıklarda f″(x) > 0 dır. Dolayısıyla f(x) bu aralıkta konvekstir.

(−1, 4) aralığında f′(x) azalan fonksiyon olduğundan bu aralıkta f″(x) < 0 dır.

Dolayısıyla f(x) bu aralıkta konkavdır.

Fonksiyon x = −1 apsisli noktada konvekslikten konkavlığa, x = 4 apsisli noktada konkavlıktan konveksliğe geçtiğinden x = −1 apsisli ve x = 4 apsisli noktaları dönüm noktalarıdır.

O halde, (−1) (4) = −4 bulunur.

Yanıt B

5.

		−2		3	
f′(x)	+		+		−
f(x)	↗		↗		↘

A) x = 3 apsisli noktada f′(3) = 0 olduğundan ekstremum noktasıdır. f′(x), x = 3 apsisli noktada artıdan eksiye geçtiği için yerel maksimum noktasıdır. (Doğru)

B) x = 2 noktası f′(x) fonksiyonunun maksimum noktası olduğundan f″(2) = 0 dır. (Doğru)

C) f″(−2) = 0 olacağından (−2, 0) noktası f(x) in dönüm noktasıdır. (Doğru)

D) f′(−2) = 0 dır ve x = −2 apsisli nokta dönüm noktası olduğundan f″(−2) = 0 dır.

Dolayısıyla f′(−2) = f″(−2) = 0 dır. (Doğru)

E) (2, ∞) aralığında f′(x) azalandır.

Dolayısıyla, f″(x) < 0 ve f(x) konkav bulunur. (Yanlış)

Yanıt E

6. (2, 6) aralığında f′(x) azalan olduğundan

f″(x) < 0 bulunur. f″(x) < 0 olduğu bölgelerde fonksiyonun çukurluk yönü aşağı olduğundan D seçeneği yanlıştır.

Yanıt D

7.

		−4		−2		5	
f′(x)	+		−		+		−
f(x)	↗		↘		↗		↘

artan azalan artan azalan

∩ ∪ ∩

A seçeneğinde, fonksiyon (1, 5) aralığında artandır. (Yanlış)

B seçeneğinde, (−4, −3) aralığında azalandır. (Doğru)

C seçeneğinde, x = 5 apsisli noktada f(x) in yerel maksimumu vardır.. (Yanlış)

D seçeneğinde, x = −2 apsisli nokta f(x) in yerel minimumu vardır. (Yanlış)

E seçeneğinde, x = 3 için f′(3) azalan olduğundan f″(3) < 0 dır. (Yanlış)

Yanıt B

8.

x		−4		1		5	
f′(x)	+		−		+		−
f(x)	↗		↘		↗		↘

∩ ∪ ∩

A) f(−4) te fonksiyon yerel maksimu değeri alır.

f(−4) = 0 olduğu bilinemez.

B) x = −3 için f′(−3) < 0 olduğundan yerel minimum olamaz. (Yanlış)

C) x = −4 için fonksiyon yerel maksimum değeri vardır. (Yanlış)

D) (−3, 2) aralığında f′(x) artan olduğu için, f″(x) > 0 olur. Yani çukurluk yönü yukarıdır. (Doğru)

E) x = 5 apsisli noktada eğrinin çukurluğu aşağı doğru olduıgundan f″(5) < 0 olmalıdır. (Yanlış)

Yanıt D

9. Fonksiyon 3. dereceden polinom olduğu için fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsilerinin aritmetik ortalaması dönüm noktası olur.

Dolayısıyla x = −1 ve x = 3 olduğundan $x = \frac{-1+3}{2} = 1$ için f″(1) = 0 olur.

Yanıt C

10. A(1, 4) noktası yerel maksimum olduğuna göre,

f(1) = 4

f′(1) = 0

f″(1) < 0 olduğu kesindir.

Dolayısıyla verilenlerden I, II ve IV kesinlikle doğrudur.

Yanıt C

11.

x	−∞		−1		5		∞
f′(x)		−		+		+	
f(x)		↘		↗		↗	

A) x = −1 noktası, f′(−1) = 0 olduğundan ekstremum noktasıdır. f′ fonksiyonu x = −1 de eksiden artıya geçtiğinden yerel minimumu vardır. (Doğru)

B) f′ fonksiyonu (1, 5) aralığında pozitif olduğundan f(x) artandır. Dolayısıyla f(2) < f(4) tür. (Yanlış)

C) x = 1 apsisli nokta f′(1) fonksiyonunun maksimum noktası olduğundan f″(1) = 0 olmalıdır. (Doğru)

D) f′ fonksiyonu x = 5 apsisli noktada işaret değiştirmediğinden ve f″(5) = 0 dönüm noktasıdır. (Doğru)

E) x = 5 apsisli nokta dönüm noktası olduğundan 1. ve 2. türevi sıfırdır. (Doğru)

Yanıt B

12.

x		−2		0		5	
f′(x)	+	0	+	0	−	0	+
f(x)	↗		↗		↘		↗
				yerel maksimum		yerel minimum	

A) x = −2 apsisli nokta yerel maksimum noktası olamaz. (Yanlış)

B) x = 0 apsisli nokta fonksiyonun yerel maksimum noktasıdır. (Yanlış)

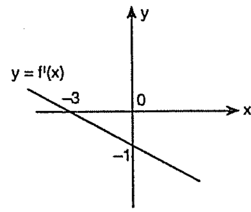
C) x = 0 ve x = 5 apsisli noktalarda yerel ekstremum vardır. (Yanlış)

D) x = 5 apsisli noktalarda fonksiyonun yerel minimum değeri vardır. (Doğru)

E) f′(−2) = 0 olduğundan f′(−2) . f(−2) . f(5) = 0 dır. (Yanlış)

Yanıt D

13.



f′(x) fonksiyonunun işaret tablosunu yapılırsa

x	−∞		−3		+∞
f′(x)		+	0	−	
f(x)		↗		↘	

A) (−3, +∞) aralığında f azalan fonksiyondur. Doğrudur.

B) (−∞, −3) aralığında f artan fonksiyondur. Doğrudur.

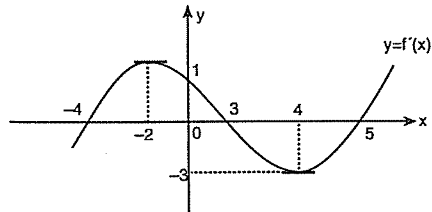
C) x = −3 apsisli nokta yerel maksimum noktasıdır. Doğrudur.

D) f(3) > f(1) yanlıştır. (−3, +∞) aralığında f azalan fonksiyon olduğuna göre, 3 > 1 iken f(3) < f(1) olmalıdır.

E) (−∞, −3) aralığında f artan fonksiyon olduğundan −4 > −5 iken f(−4) > f(−5) tir. Doğrudur.

Yanıt D

14.



		−4		3		5	
f′(x)	−		+		−		+
f(x)	↘		↗		↘		↗
		min		max		min	

* f′(−4) = 0 ise x = −4 apsisli noktada yerel minimum vardır.

* x = −2 apsisli nokta f(x) fonksiyonunun büküm noktasıdır.

Çünkü f″(−2) = 0 olur.

* f′(3) = 0 ise artıdan eksiye geçtiği x = 3 noktasında yerel minimum vardır. (Grafik artıdan eksiye geçtiği için)

* x = 4 apsisli nokta f(x) fonksiyonun büküm noktasıdır.

Çünkü f″(4) = 0 olur.

* x ∈ (4, 5) iken f′(x) < 0 olduğundan f(x) fonksiyonu bu aralıkta azalandır.

Yanıt E

15. f(x) = −(x + 1) (x − 2) (x − 3) = 0 için

$x_1 = -1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 3$ tür.

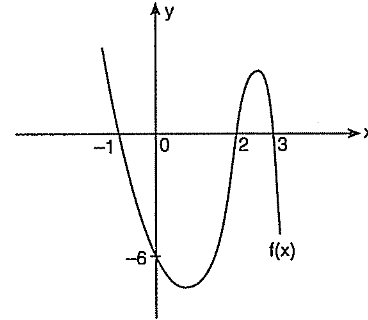
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

Tablo oluşturulursa

x		−1		2		3	
f(x)	+		−		+		−

olduğundan fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.



A) x = −1 apsisli noktada f(x) fonksiyonu azalan olduğu için f′(−1) < 0 olur. (Doğru)

B) x = 3 apsisli noktada f(x) fonksiyonu azalan olduğundan f′(3) < 0 olmalıdır. (Yanlış)

C) x = 0 apsisli noktada çukurluk yönü yukarı doğru olduğundan f″(0) > 0 olur. (Doğru)

D) x = −2 apsisli noktada çukurluk yönü yukarı doğru olduğundan f″(−2) > 0 olur. (Doğru)

E) x = 3 apsisli noktada çukurluk yönü aşağı doğru olduğundan f″(3) < 0 olur. (Doğru)

Yanıt B

16. $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + x - 7$ fonksiyonu için

$f'(x) = 4x^3 + 12x^2 + 12x + 1$

$f''(x) = 12x^2 + 24x + 12$ bulunur.

$f''(x) = 0$ için

$12x^2 + 24x + 12 = 0$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x + 1)^2 = 0$

x = −1 çift katlı kökü bulunur.

İkinci türevdeki çift katlı kökler dönüm noktası değildir. Bu durumda, f″(x) ≥ 0, ∀x ∈ R için sağlanacağından çukurluk yönü daima yukarı doğrudur.

Yanıt D

17. A) (−6,−1) aralğında f′(x) artan olduığundan f″(x) > 0 olur. Yani çukurluk yukarı doğru olur.

O halde (−6, −1) aralğında f(x) için çukurluğu aşağı doğrudur denemez. (Yanlış)

B) x = −2 apsisli noktada f′ azalan olduğundan f″(−2) < 0 dır. (Yanlış)

C) x , −8 apsisli nokdada f′ artan olduğundan f″(−8) > 0 dır. (Yanlış)

D) (5, ∞) aralığında f′(x) fonksiyonu artan olduğundan f″(x) > 0 olacaktır. (5, ∞) aralığında f″(x) > 0 olduğunda f(x) in çukurluk yönü yukarı doğrudur. (Doğru)

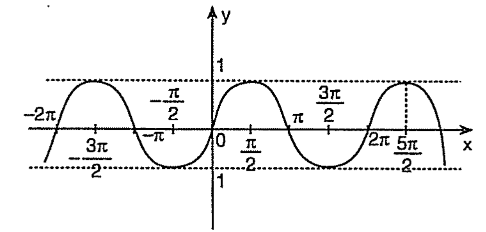
E) (8, ∞) aralığında f″(x) > 0 olduğunda f(x) fonksiyonunun çukurluğu yukarı doğrudur. (Yanlış)

Yanıt D

18. (k, p) aralığında f″(x) fonksiyonu pozitif olduğundan aynı aralıkta f′(x) fonksiyonunun artan olması gerekir.

Cevap E

19. f(x) = sinx fonksiyonunun grafiğini çizelim.



A seçeneğinde; π = 3,14 olduğundan

$\frac{\pi}{2} < 3 < \pi$ aralığında f(x) azalan olduğundan

f′(3) < 0 dır.

$\frac{3\pi}{2} < 5 < 2\pi$ aralığında f(x) artan f′(5) > 0 dır.

Buna göe, $\underbrace{f'(3)}_{-}.\underbrace{f'(5)}_{+} < 0$ bulunur.

Yanıt A

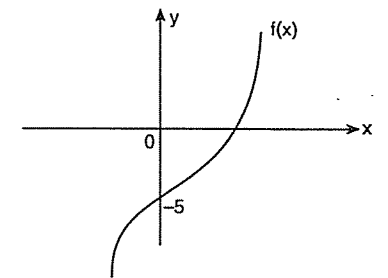
20. $f(x) = x^3 + 6x - 5$ olduğundan $f'(x) = 3x^2 + 6$ bulunur.

f′(x) = 0 denkleminin tek katlı kökleri yerel ekstremum noktalarıdır.

$f'(x) = 3x^2 + 6 = 0$ denkleminin reel kökü yoktur.

Bu durumda fonksiyonun yerel estremumu bulunmamaktadır.

f″(x) = 6x = 0 olduğundan x = 0 apsili nokta dönüm noktasıdır. Buna göre, fonksiyon grafiği aşağıdaki gibidir. Grafik x eksenini 1 noktada kestiğinden f(x) fonksiyonunun 1 tane kökü vardır.



Yanıt B

TEST 26 ASİMTOTLAR

1. $y=\frac{x^4+2x^2-x+1}{x^3-x}$ fonksiyonunun düşey asimptotları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) x = 0, x = 1
B) x = –1, x = 2
C) x = –1, x = 2, x = 3
D) x = –1, x = 0, x = 1
E) x = 0, x = 1, x = 2

2. $y=\frac{4x^2-9x-5}{x-2}$ eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = 2x + 1 B) y = 2x – 1 C) y = 4x – 1 D) y = 4x + 1 E) y = –4x – 1

3. $y=\frac{2x^2-5x+6}{x-1}$ eğrisinin grafiğindeki asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, –1) B) (–1, 2) C) (–1, 1) D) (1, 2) E) (1, –1)

4. $y=\frac{x^2-4}{x-1}$ denkleminin grafiğindeki asimptotların kesiştiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,1) B) (1,2) C) (1,–2) D) (2,1) E) (–2,1)

5. $x=\frac{6y+4}{3y-2}$ şeklinde verilen denklemin belirttiği y = f(x) eğrisinin asimptotlarının kesim noktası $\left(\frac{m}{3},\frac{n}{m}\right)$ olduğuna göre, (m + n) toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $f(x)=\frac{mx-1}{nx-p}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası A(–2, 1) olduğuna göre m'nin p cinsinden değeri nedir

A) $-\frac{p}{4}$ B) $\frac{p}{2}$ C) –p D) p E) 2p

7. n ≠ 0 olmak üzere,

$y=\frac{mx+2}{nx-3}$ eğrisinin asimpotlarının kesim noktası y = x doğrusu üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $y=\frac{3x-4}{x+4}$ fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{4}{3},-4\right)$ B) (3,–4) C) (–4,3) D) $\left(-4,\frac{4}{3}\right)$ E) (4,3)

9. $y=\frac{x^2-mx+7}{x+2}$ fonksiyonunda y = x + 3 doğrusu eğik asimptot olduğuna göre, m kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

10. $y=\frac{x^4+6x^3-2x+10}{x^2+1}$ fonksiyonunun eğri asimptot denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x^2 - x$ B) $y = x^2 + 6$ C) $y = x^2 + 6x - 1$ D) $y = x^2 + 6x + 5$ E) $y = x^2 - 6x + 1$

11. $y=f(x)=\sqrt{x^2-6x+5}$ fonksiyonunun eğik asimptotlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = x – 1 B) y = –x – 3 C) y = –x – 1 D) y = x – 3 E) y = x + 1

12. $y=3^{\frac{1}{x+2}}$ fonksiyonunun yatay asimptotu y = a doğrusu olduğuna göre, a kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13. y eksenini 2 noktasında kesen, y = 3 ve x = –4 doğrularını asimptot kabul eden eğrinin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=\left(\frac{3x-8}{x+4}\right)$ B) $y=\left(\frac{3x}{x-4}\right)$ C) $y=\left(\frac{3x+8}{x+4}\right)$ D) $y=\left(\frac{3x}{x-4}\right)$ E) $y=\left(\frac{3x-6}{x+4}\right)$

14. $y=\frac{x^2-6x+4}{x-2}$ fonksiyonunun eğik ve düşey asimtotlarının koordinat eksenleriyle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

15. $y=\frac{x^3+ax^2-4}{x-1}$ fonksiyonunun eğri asimptotu A(1, 5) noktasından geçtiğine göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $f(x)=\frac{x^3+2x-4}{x-1}$ fonksiyonunun eğri asimptotunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

17. y = 3 ve x = 4 doğrularını asimptot kabul eden ve y- eksenini –3 noktasında kesen eğrinin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=\frac{3x+4}{x+2}$ B) $y=\frac{2x-6}{x+2}$ C) $y=\frac{3x+12}{x-4}$ D) $y=\frac{x+4}{x+2}$ E) $y=\frac{3x+16}{x-4}$

18. $y=\frac{2x^2+2x+5}{x-1}$ fonksiyonunun eğik ve düşey asimptotlarının eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

19. $y=\frac{x^2-ax+4}{x-b}$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin y eksenini A(0, –2) noktasında de kesmesi ve y = x + 1 doğrusunu eğik asimptot kabul etmesi için a nın değeri kaç olmalıdır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20. (x – y + 2)x + y = 0 kapalı denklemiyle verilen y = f(x) eğrisinin asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1, 2) B) (1, 4) C) (–1, 4) D) (2, 1) E) (–2, –1)

TEST 26'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $y=\dfrac{x^4+2x^2-x+1}{x^3-x}$

$x^3 - x = 0$

$x.(x^2 - 1) = 0$

$x.(x - 1)(x + 1) = 0$

$x = 0$, $x = 1$, $x = -1$ doğruları verilen fonksiyonun asimptotlarıdır.

Yanıt D

2. $y=\dfrac{4x^2-9x-5}{x-2}$ eğrisinin eğik asimptotu;

$$\begin{array}{r|l} 4x^2-9x-5 & x-2 \\ \hline -\;4x^2-8x & 4x-1 \\ -x-5 & \\ -\;-x+2 & \\ \hline -7 & \end{array}$$

$y = 4x - 1$ bulunur.

Yanıt C

3. $y=\dfrac{2x^2-5x+6}{x-1}$

- $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ düşey asimptottur.
- eğik asimptot

$$\begin{array}{r|l} 2x^2-5x+6 & x-1 \\ \hline -\;2x^2-2x & 2x-1 \\ -3x+6 & \\ -\;-3x+3 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$y = 2x - 3$ bulunur.

$x = 1$ ve $y = 2x - 3$ ortak çözülürse asimptotların kesim noktası $(1, -1)$ noktasıdır.

Yanıt E

4. $y=\dfrac{x^2-4}{x-1}$

- düşey asimptot $x = 1$ doğrusudur.
- eğik asimptotu polinom bölmesiyle buluruz.

$$\begin{array}{r|l} x^2-4 & x-1 \\ \hline -\;x^2 \pm x & x+1 \\ x-4 & \\ -\;x \pm 1 & \\ \hline -3 & \end{array}$$

eğik asimptot : $y = x + 1$ olur.

$x = 1$ ve $y = x + 1$ denklemlerini ortak çözersek,

İki doğrunun kesim noktası $(1, 2)$ noktasıdır.

Yanıt B

5. $x=\dfrac{6y+4}{3y-2}$ denkleminde y yalnız bırakılırsa

$y=\dfrac{2x+4}{3x-6}$ eğrisi bulunur.

- $3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ doğrusu düşey asimptot.
- $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+4}{3x-6}$ olduğundan $y=\dfrac{2}{3}$ doğrusu yatay asimptottur.

Asimptotların kesim noktası $\left(2,\dfrac{2}{3}\right)$ noktası olur.

$\left(\dfrac{m}{3},\dfrac{n}{m}\right)=\left(2,\dfrac{2}{3}\right)$ olduğundan

$\dfrac{m}{3}=2\Rightarrow \boxed{m=6}$ ve $\dfrac{n}{m}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow\dfrac{n}{6}=\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \boxed{n=4}$ tür.

O halde, $m + n = 6 + 4 = 10$ bulunur.

Yanıt E

6. $f(x)=\dfrac{mx-1}{nx-p}$ fonksiyonunda

Düşey asimptot: Paydayı sıfır yapan $\dfrac{p}{n}$ dir.

Yatay asimptot: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\dfrac{m}{n}$ dir.

$A(-2, 1)=\left(\dfrac{p}{n},\dfrac{m}{n}\right)$

$\dfrac{p}{n}=-2$

$\Rightarrow\dfrac{p}{m}=-2$

$\dfrac{m}{n}=1$

$\Rightarrow m=-\dfrac{p}{2}$

Yanıt B

7. $y=\dfrac{mx+2}{nx-3}$ eğrisinde

- Düşey asimptot

$nx-3=0\Rightarrow x=\dfrac{3}{n}$ doğrusu düşey asimptot

- Yatay asimptot

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx+2}{nx-3}=\dfrac{m}{n}\Rightarrow y=\dfrac{m}{n}$ doğrusu düşey asimptot

Asimptotların kesim noktası $\left(\dfrac{3}{n},\dfrac{m}{n}\right)$ bulunur.

$\left(\dfrac{3}{n},\dfrac{m}{n}\right)$ noktası $y = x$ doğrusu üzerinde ise

$\dfrac{3}{n}=\dfrac{m}{n}\Rightarrow m=3$ bulunur.

Yanıt E

8. $y=\dfrac{3x-4}{x+4}$ fonksiyonunun simetri merkezi düşey asimptotu ile yatay asimptotunun kesiştiği noktadır.

$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$ düşey asimptot

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-4}{x+4}=3$ ise $y = 3$ yatay asimptottur.

O halde simetri merkezi, $(-4, 3)$ noktasıdır.

Yanıt C

9. $y=\dfrac{x^2-mx+7}{x+2}$ ifadesine polinom bölmesi uygularsak

$$\begin{array}{r|l} x^2-mx+7 & x+2 \\ \hline -\;x^2 \mp 2x & x-(m+2) \\ (-m-2)x+7 & \\ -\;(-m-2)x-2(m+2) & \\ \hline 2m+11 & \end{array}$$

Eğik asimptot; $y = x - (m + 2) = x + 3$ olduğundan,

$m + 2 = -3 \Rightarrow m = -5$ bulunur.

Yanıt A

10. $y=\dfrac{x^4+6x^3-2x+10}{x^2+1}$ fonksiyonunun.

payındaki polinomunun derecesi ile paydasındaki polinomunun derecesi arasındaki fark 1 den fazla olunca eğri asimptot vardır.

Eğri asimptot polinom bölmesi uygulanarak bulunur.

$$\begin{array}{r|l} x^4+6x^3-2x+10 & x^2+1 \\ \hline \mp\; x^4 \mp x^2 & x^2+6x-1 \\ 6x^3-x^2-2x & \text{Eğri asimptot} \\ \mp\; 6x^3 \mp 6x & \\ \hline -x^2-8x+10 & \\ \mp\; x^2 \mp 1 & \\ \hline -8x+11 & \end{array}$$

$y = x^2 + 6x - 1$ eğri asimptottur.

Yanıt C

11. 1. yol

$\sqrt{x^2-6x+5}$ fonksiyonunun eğik asimptotu

$y=\sqrt{1}\left(x+\dfrac{-6}{2.1}\right)\Rightarrow y=x-3$ tür.

2. yol

$y=\sqrt{ax^2+bx+c}$ şeklinde verilen bir fonksiyon aşağıdaki gibi yazılırsa

$y=\sqrt{(mx+n)^2+p}$

$y = |mx + n|$ y nin eğik asimptotları olur.

$(m, n, p \in R$ için $(m \neq 0))$

Buna göre, $\sqrt{x^2\pm 6x+5}=\sqrt{(x-3)^3-4}$ olacağından eğik asimptotlar $y = |x - 3|$ tür. Yani $y = x - 3$ veya $y = -x + 3$ tür.

Yanıt D

12. $y=3^{\frac{1}{x+2}}$

$\lim\limits_{x\to\mp\infty} = 3^{\frac{1}{x+2}} = 3^0 = 1$

olduğundan $y = 1$ yatay asimptottur.

O halde, $a = 1$ bulunur.

Yanıt B

13. y ekseni 2 noktasında kesiyorsa

f(0) = 2 olmalıdır.

y = 3 yatay asimptotu,

x = –4 düşey asimptotudur.

O halde $y = \dfrac{P(x)}{x+4}$ biçiminde olup

Yatay asimptotu y = 3 olduğuna göre, $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{ax+b}{x+4} = 3$

olmalıdır. O halde a = 3 dür.

$y = \dfrac{3x+b}{x+4} \Rightarrow f(x) = 2$ değerinin yerine yazarsak;

$2 = \dfrac{3.0+b}{a+4} \Rightarrow b = 8$ dir.

Fonksiyon $y = \dfrac{3x+8}{x+4}$ dür.

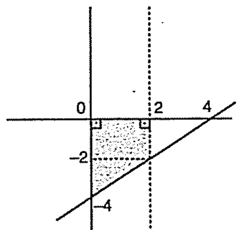
Yanıt C

14. $y = \dfrac{x^2-6x+4}{x-2}$

* x = 2 doğrusu düşey asimptot

$$\begin{array}{l|l} x^2-6x+4 & x-2 \\ \cline{2-2} -x^2 \pm 2x & x-4 \\ \hline -4x+4 & \\ \pm 4x \mp 8 & \\ \hline -4 & \end{array}$$

y = x – 4 eğik asimptot



Taralı alan bir yamuktur.

$\text{Alan} = \dfrac{(2+4).2}{2} = 6$ birimkare bulunur.

Yanıt B

15. $y = \dfrac{x^3+ax^2-4}{x-1}$ (Polinom bölmesi yapılırsa)

$$\begin{array}{l|l} x^3+ax^2-4 & x-1 \\ \cline{2-2} -x^3 \pm x^2 & x^2+(a+1)x+(a+1) \\ \hline (a+1)x^2-4 & \\ -(a+1)x^2 \pm (a+1)x & \\ \hline (a+1)x-4 & \\ -(a+1)x \pm (a+1) & \\ \hline a-3 & \end{array}$$

Eğri asimptotu : $x^2 + (a+1)x + (a+1)$ ve bu asimptot A(1, 5) noktasından geçtiğine göre,

$5 = 1^2 + (a+1).1 + (a+1)$

$5 = 1 + a + 1 + a + 1$

$5 = 2a + 3$

$2a = 2$

a = 1 bulunur.

Yanıt A

16.

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x-4 & x-1 \\ \cline{2-2} -\;x^3-x^2 & x^2+x+3 \\ \hline x^2-2x-4 & \\ -\;x^2-x & \\ \hline 3x-4 & \\ -\;3x-3 & \\ \hline -1 & \end{array}$$

$y = x^2 + x + 3$ fonksiyonu eğri asimptottur.

x = 0 için

y = 0 + 0 + 3

y = 3

Yanıt D

17. x = 4 doğrusu düşey asimptot olduğundan fonksiyonun paydasının kökü x = 4 olmalıdır.

Dolayısıyla payda (x – 4) tür.

A, B ve D şıkları elenir.

y = 3 doğrusu yatay asimptot olduğundan pay ve paydadaki x li terimlerin kat sayılarının oranı 3 olmalıdır.

Fonksiyon y– eksenini –3 de kesiyorsa x = 0 için y = –3 olmalıdır.

C seçeneğinde;

$y = \dfrac{3x+12}{x-4} \Rightarrow x = 0$ için y = –3 bulunur.

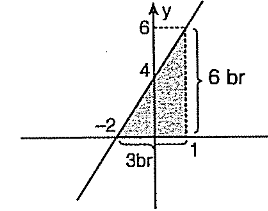
Yanıt C

18. $y = \dfrac{2x^2+2x+5}{x-1}$

x = 1 doğrusu düşey asimptot olur.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2+2x+5 & x-1 \\ \cline{2-2} -\;2x^2-2x & 2x+4 \\ \hline 4x+5 & \\ -\;4x-4 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

y = 2x + 4 eğik asimptot.



$\text{Taralı Alan} = \dfrac{3.6}{2} = 9$ birimkare olur.

Yanıt C

19. $y = \dfrac{x^2-ax+4}{x-b}$ fonksiyonu y– eksenini –2 de kesiyorsa

x = 0 için y = –2 olmalıdır.

$y = \dfrac{x^2-ax+4}{x-b}$ fonksiyonunda

x = 0 için $-2 = -\dfrac{4}{b} \Rightarrow b = 2$ bulunur.

$y = \dfrac{x^2-ax+4}{x-b}$ fonksiyonunun eğik asimptotu

y = x + 1 ise $(x^2 - ax + 4)$ ifadesinin (x – 2) ile bölümünden elde edilen bölüm (x + 1) olmalıdır.

$$\begin{array}{l|l} x^2+ax+4 & x-2 \\ \cline{2-2} -\;x^2-2x & x+(2-a) \\ \hline (2-a)x+4 & x+1 \text{ olmalı} \\ -\;(2-a)x-4+2a & \\ \hline 8-2a & \end{array}$$

x – a + 2 = x + 1

–a + 2 = +1

a = 1 bulunur.

Yanıt B

20. Fonksiyon y = f(x) şeklinde ifade edilirse;

(x – y + 2)x + y = 0

$x^2 - xy + 2x + y = 0$

$y(x-1) = x^2 + 2x$

$y = \dfrac{x^2+2x}{x-1}$ bulunur.

* x – 1 = 0 ⇒ x = 1 doğrusu düşey asimptottur.

*
$$\begin{array}{l|l} x^2+2x & x-1 \\ \cline{2-2} -\;x^2-x & x+3 \\ \hline 3x & \\ -\;3x-3 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

y = x + 3 eğik asimptottur

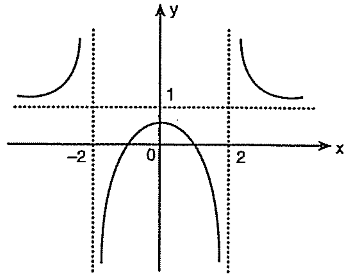
x = 1 ve y = x + 3 ortak çözülürse

Asimptotların kesim noktası (1, 4) bulunur.

Yanıt B

TEST 27 FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

1.



Yukarıdaki analitik düzlemde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=\frac{x^2}{x^2-4}$

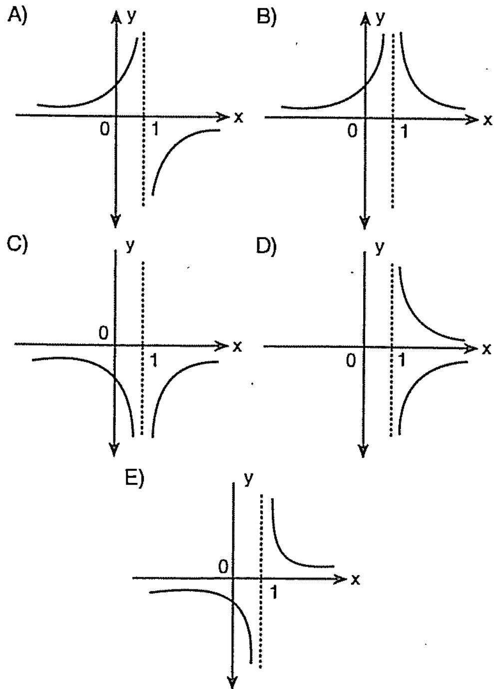
B) $y=\frac{x-1}{x^2-4}$

C) $y=\frac{x+1}{x^2-4}$

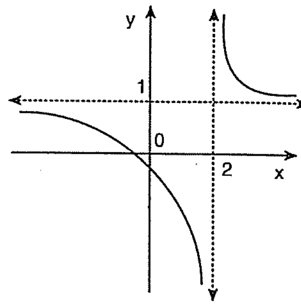
D) $y=\frac{1-x^2}{x^2-4}$

E) $y=\frac{x^2-1}{x^2-4}$

2. $y=\frac{1}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



3. Şekilde grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?



A) $y=\frac{x-1}{x-2}$

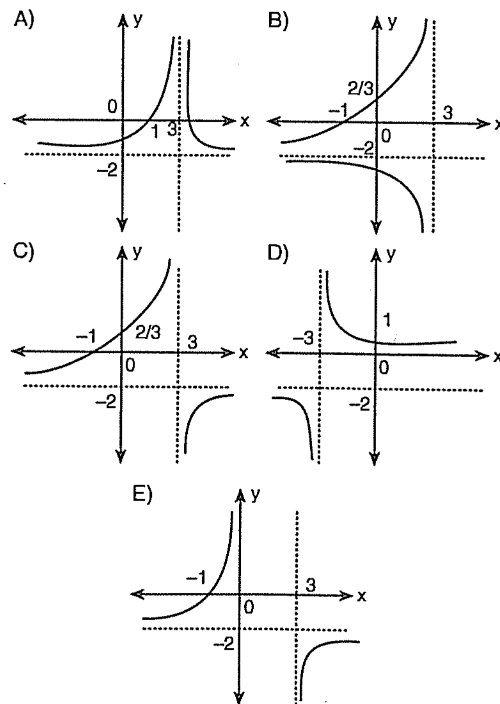
B) $y=\frac{x+2}{x-2}$

C) $y=\frac{x+1}{x+2}$

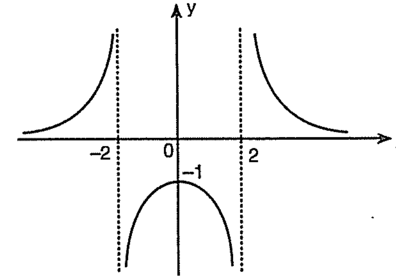
D) $y=\frac{x-2}{x-1}$

E) $y=\frac{2x+1}{x-1}$

4. $y=\frac{2x+2}{3-x}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5.



Şekilde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x)=\frac{x+4}{4-x^2}$

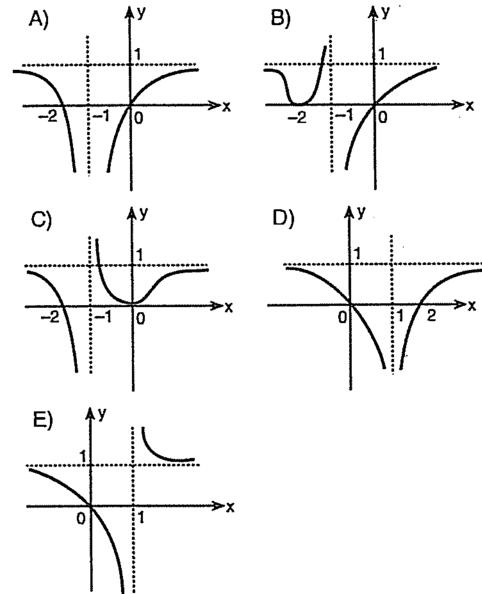
B) $f(x)=\frac{4}{4-x^2}$

C) $f(x)=\frac{x-4}{x^2-4}$

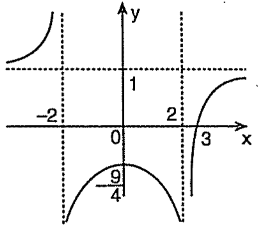
D) $f(x)=\frac{-4}{4-x^2}$

E) $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$

6. $y=\frac{x^2+2x}{x^2+2x+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



7. Şekilde verilen y = f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?



A) $y=\frac{x^2+4x+9}{x^2-4}$

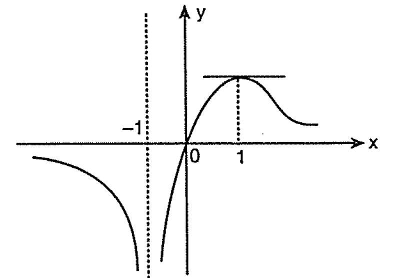
B) $y=\frac{(x+2)^2}{x^2-4}$

C) $y=\frac{(x-2)^2}{x^2-4}$

D) $y=\frac{(x^2+3)^2}{x^2-4}$

E) $y=\frac{(x-3)^2}{x^2-4}$

8.



Yukarıdaki koordinat düzlemde grafiği verilen f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$

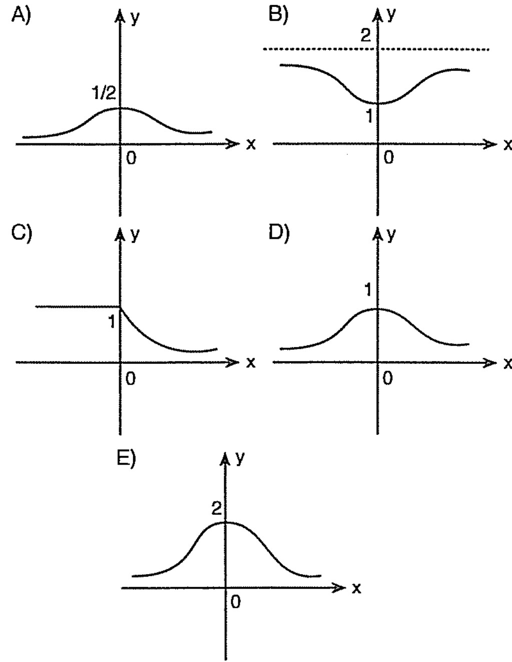
B) $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

C) $f(x)=\frac{2x}{(x+1)^2}$

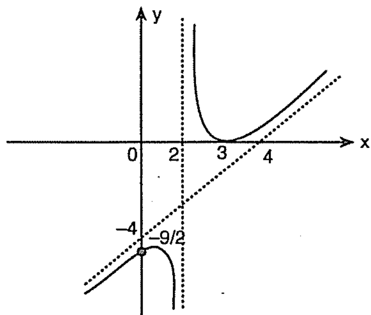
D) $f(x)=\frac{-x}{(x+1)^2}$

E) $f(x)=\frac{x-3}{x^2-1}$

9. $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



10.



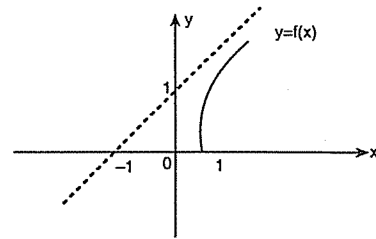
Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \dfrac{x^2+3x-9}{x-2}$ B) $f(x) = \dfrac{x^2+6x-9}{x-2}$

C) $f(x) = \dfrac{x-3}{x-2}$ D) $f(x) = \dfrac{x^2+6x+9}{x-2}$

E) $f(x) = \dfrac{x^2-6x+9}{x-2}$

11.



Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = \sqrt{x^2+x+1}, \quad x \geq 1$

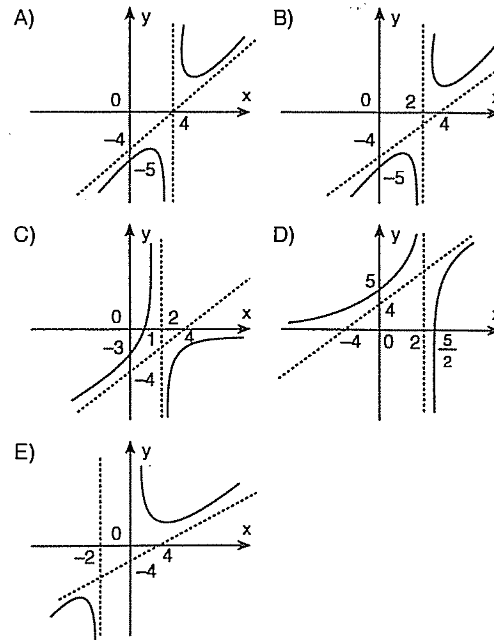
B) $y = \sqrt{x^2-x-1}, \quad x \geq 1$

C) $y = \sqrt{x^2-2x+1}, \quad x \geq 1$

D) $y = \sqrt{x^2+2x-3}, \quad x \geq 1$

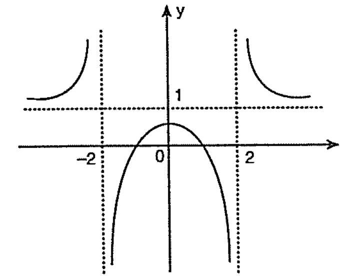
E) $y = \sqrt{x^2-3x+2}, \quad x \geq 1$

12. $f(x) = \dfrac{x^2-6x+10}{x-2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 27'NİN ÇÖZÜMLERİ

1.



Grafikte x = 2 ve x = –2 düşey asimptot olduğundan paydada (x – 2) ve (x + 2) çarpanı olmalı

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ve $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$ olduğuna göre, A veya E seçeneği olmalıdır.

Grafik x eksenini 2 farklı noktada kesmiş yani y = 0 için 2 farklı değer almış. Bu yüzden doğru seçenek E dir.

Yanıt E

2. $y = \dfrac{1}{x-1}$

* x = 1 doğrusu düşey asimptot

* $\lim_{x\to\infty} \dfrac{1}{x-1} = 0$ olduğundan, y = 0 yatay asimptottur.

* $\lim_{x\to1^+} \dfrac{1}{x-1} = +\infty$

$\lim_{x\to1^-} \dfrac{1}{x-1} = -\infty$

olduğundan doğru grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

3. Grafikte x = 2 düşey asimptot, y = 1 yatay asimptottur. Grafik y eksenini kestiği noktanın ordinatı negatiftir. Bu koşulları sağlayan fonksiyon B seçeneğindeki fonksiyondur.

* $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x+2}{x-2} = 1$ olduğundan y = 1 yatay asimptottur.

* $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$, x = 2 düşey asimptottur.

* x = 0 için $y = \dfrac{0+2}{0-2} = -1 \Rightarrow (0, -1)$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik B seçneğinde verilmiştir.

Yanıt B

4. $y = \dfrac{2x+2}{3-x}$

* x = 3 düşey asimptottur.

* $\lim_{x\to\infty} \dfrac{2x+2}{3-x} = -2$

y = –2 yatay asimptottur.

* $\lim_{x\to3^+} \dfrac{2x+2}{3-x} = -\infty$

$\lim_{x\to3^-} \dfrac{2x+2}{3-x} = +\infty$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik C seçeneğindedir.

Yanıt C

5. * y = 0 doğrusu yatay asimptottur.

* Grafik x eksenini kesmediğinden y = 0 için x değeri yoktur.

A, C, E seçeneklerindeki fonksiyonlar x eksenini keserler.

* x = 2 ve x = –2 düşey asimptottur.

$\lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$ ve $\lim_{x\to2^-} f(x) = -\infty$ olduğundan doğru cevap D seçeneğidir.

Yanıt D

6. $y = \dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1}$ denkleminde,

* $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1} = 1$ olduğundan,

y = 1 yatay asimptottur.

* $x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x+1)^2 = 0$

x = –1 düşey asimptottur.

* $\lim_{x\to-1^-} \dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1} = -\infty$

$\lim_{x\to-1^+} \dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1} = -\infty$

olduğundan, bu koşulları sağlayan sadece A seçeneği vardır.

Yanıt A

7. * $x = -2$ ve $x = 2$ düşey asimptot (D şıkkı olamaz.)

* $y = 1$ doğrusu yatay asimptot

* $x = 3$ için $y = 0$ olmalı

Grafiği sağlayan fonksiyon E seçeneğindedir.

Yanıt E

8. * $x = -1$ doğrusu düşey asimptottur. Yani fonksiyonunun paydasını sıfır yapan değer $x = -1$ dir.

* $\lim f(x) = -\infty$ ve $\lim f(x) = -\infty$ olduğundan cevap C seçeneğidir.

Yanıt C

9. $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$ fonksiyonunu inceleyelim.

* $x = 0$ için $y = 1$ dir. Grafik y eksenini (0, 1) noktasında kesmeli

* $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x^2 + 1} = 0$ ise $y = 0$ yatay asimptottur.

Bu iki koşulu sağlayan grafik D seçeneğindedir.

Yanıt D

10. * $x = 3$ için $y = 0$ dır. $x = 3$ noktası çift kat kök dür. Yani $(x - 3)^2$ çarpanı fonksiyonda bulunmalı.

* $x = 0$ için $y = -\dfrac{9}{2}$ dir.

* $x = 2$ düşey asimptottur.

Bu koşullara uyan fonksiyon E seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt E

11. $f(1) = 0$ olduğuna göre bu koşulu sağlayan C, D ve E seçenekleridir.

$\dfrac{x}{-1} + \dfrac{y}{1} = 1 \Rightarrow -x + y = 1$

$\Rightarrow y = x + 1$ doğrusu eğik asimptottur.

$y = \sqrt{ax^2+bx+c}$ fonksiyonun eğik asimptotu

$a > 0$ için $y = \sqrt{a}\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)$ dır.

C) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \Rightarrow$ eğik asimptot : $y = \sqrt{1}\left(x + \dfrac{-2}{2.1}\right)$

$y = x - 1$

D) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \Rightarrow$ eğik asimptot : $y = \sqrt{1}\left(x + \dfrac{2}{2.1}\right)$

$y = x + 1$

E) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \Rightarrow$ eğik asimptot : $y = \sqrt{1}\left(x + \dfrac{-3}{2.1}\right)$

$y = x - \dfrac{3}{2}$

$y = x + 1$ doğrusunu eğik asimptot kabul eden eğri D seçeneğinde ortaya çıktığı için;

$y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ doğrusudur.

Yanıt D

12 $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x + 10}{x - 2}$

* $x = 2$ düşey asimptot

$$\begin{array}{l|l} x^2 - 6x + 10 & x - 2 \\ \underline{-x^2 \pm 2x} & x - 4 \\ -4x + 10 & \\ \underline{\pm 4x \mp 8} & \\ 2 & \end{array}$$

$y = x - 4$ eğik asimptot

* $x = 0$ için $f(0) = \dfrac{10}{-2} = -5$ olduğundan,

y eksenini (0, −5) noktasında kesmelidir.

* $y = 0$ için $\dfrac{x^2 - 6x + 10}{x - 2} = 0$

$x^2 - 6x + 10 = 0$

$\Delta = 6^2 - 4 . 10 . 1 = -4$

$\Delta < 0$

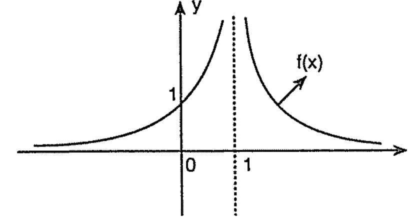
fonksiyonunun grafiği x eksenini kesmez.

Bu koşulları gerçekleyen grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

TEST 28 FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

1.



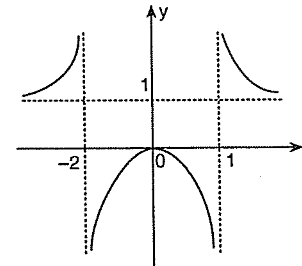
Yukarıdaki analitik düzlemde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$ B) $f(x) = -\dfrac{1}{(x-1)^2}$

C) $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}$ D) $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-1)^2}$

E) $f(x) = \dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$

2.



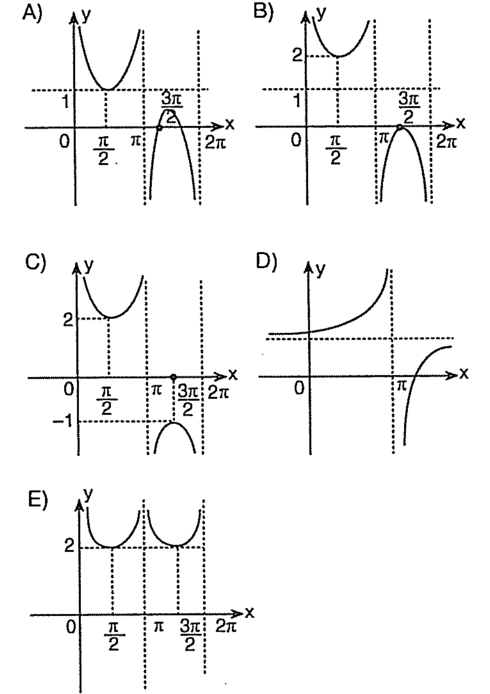
Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = \dfrac{x^2}{(x+1)(x-2)}$ B) $y = \dfrac{x^2}{(x-1)(x+2)}$

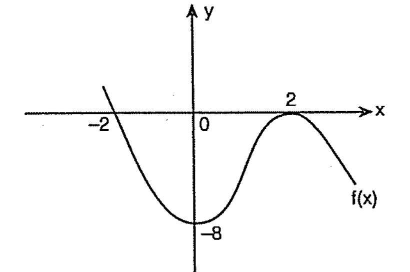
C) $y = \dfrac{x^2}{(1-x)(x+2)}$ D) $y = \dfrac{x^2}{(x+1)(x+2)}$

E) $y = \dfrac{x^2+1}{(x+1)(x-2)}$

3. $y = \dfrac{\sin x + 1}{\sin x}$ fonksiyonunun $(0, 2\pi)$ aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4.



Yukarıdaki koordinat düzleminde

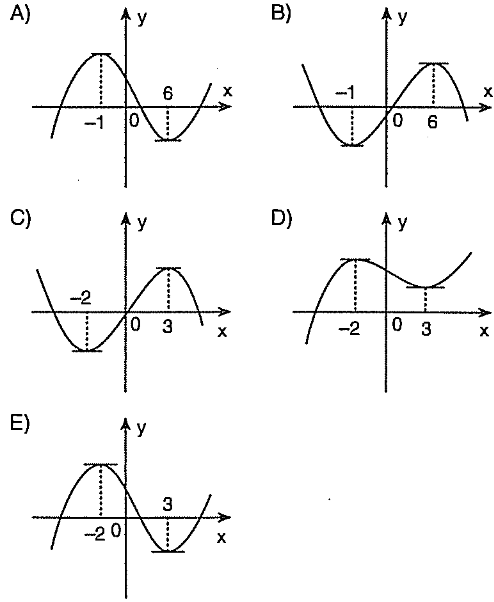
$f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

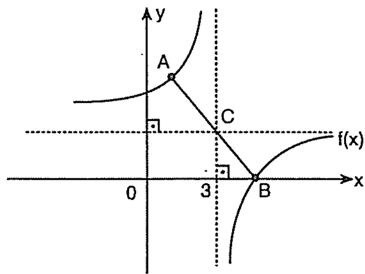
Buna göre, $(m - n)$ farkı kaçtır?

A) −5 B) −4 C) −3 D) −2 E) −1

5. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



6.

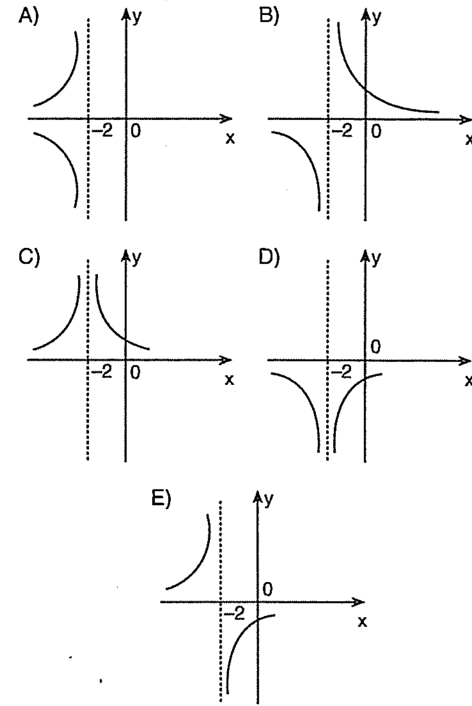


$f(x) = \dfrac{mx+n}{x+p}$ fonksiyonun grafiği yukarıda verilmiştir.

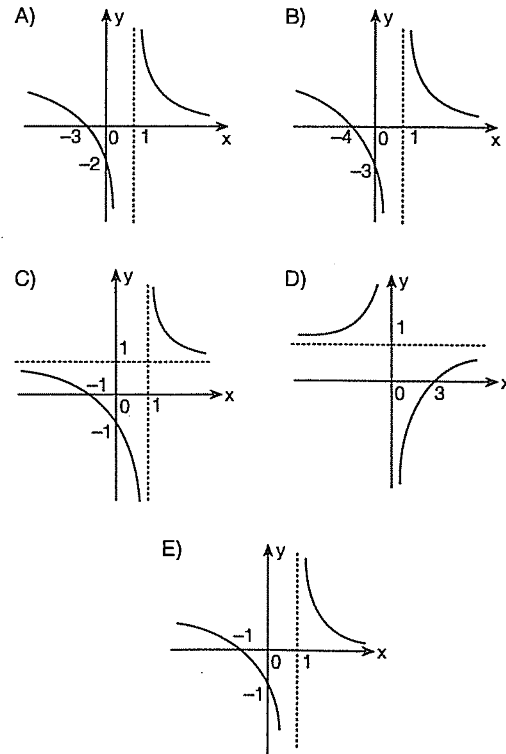
Asimptotların kesim noktası olan C(3, y) den geçen doğru, fonksiyonu A(2, 6) ve B(x, 0) noktalarında kesmektedir. Buna göre (m + n + p) kaçtır?

A) –6 B) –7 C) –8 D) –10 E) –12

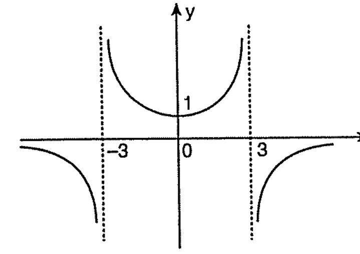
7. $y = \dfrac{5}{x+2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



8. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



9.

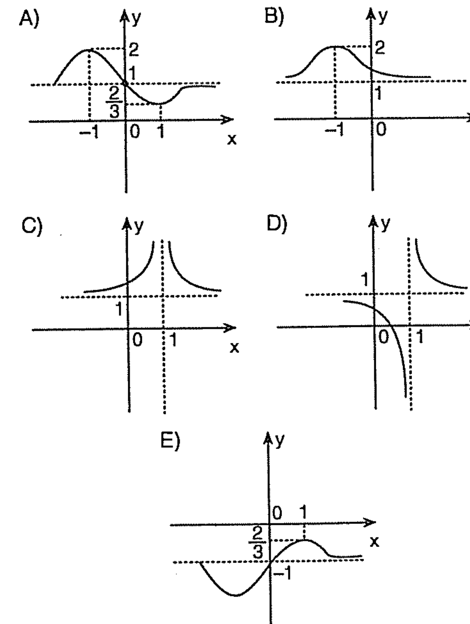


Şekilde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

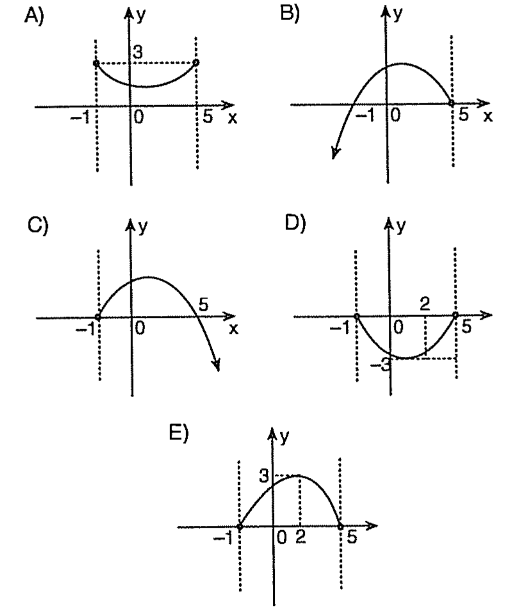
A) $y = \dfrac{9}{x^2-9}$ B) $y = -\dfrac{9}{x^2-9}$ C) $y = \dfrac{x}{x^2-9}$

D) $y = \dfrac{x+3}{x^2-9}$ E) $y = \dfrac{x-3}{x^2-9}$

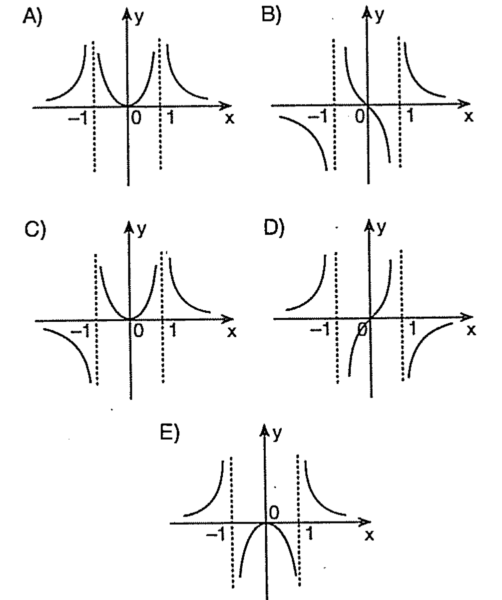
10. $y = \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. $y = \sqrt{-x^2+4x+5}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



12. $y = \dfrac{x}{x^2-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 28'İN ÇÖZÜMLERİ

1. * x = 1 noktası düşey asimptottur. Fonksiyonunun paydasını sıfır yapar.

* $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

* y = 0 doğrusu yatay asimptot ve eğri x eksenini kesmemektedir. Yani payı sıfırlayan bir x yoktur. Demek ki pay kısmı sabit sayı olmalıdır. Bu koşulları sağlayan fonksiyon C seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt C

2. * x = –2 ve x = 1 noktaları düşey asimptot olup paydanın kökleridir.

* $\lim_{x\to 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty$

* $\lim_{x\to -2^-} y = +\infty$, $\lim_{x\to -2^+} y = -\infty$

Bu koşulları sağlayan fonksiyon B seçeneğindedir.

Yanıt B

3. $y = \dfrac{\sin x + 1}{\sin x}$ fonksiyonu için

* $x = \dfrac{\pi}{2}$ için $y = \dfrac{\sin\frac{\pi}{2} + 1}{\sin\frac{\pi}{2}}$

$\Rightarrow y = \dfrac{1+1}{1}$

$y = 2$ olur.

* $x = \dfrac{3\pi}{2}$ için $y = \dfrac{\sin\frac{3\pi}{2} + 1}{\sin\frac{3\pi}{2}}$

$\Rightarrow y = \dfrac{-1+1}{-1}$

$\Rightarrow y = \dfrac{0}{-1} = 0$ olur.

Bu koşulları gerçekleyen grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

4. f(x) fonksiyonunun kökleri x = –2 ve x = 2 (çift kat) dir.

Buna göre;

$f(x) = a(x-2)^2.(x+2)$ olmalıdır.

$f(0) = -8$ olduğuna göre,

$f(0) = a.(0-2)^2.(0+2)$

$-8 = a.(4).(2)$

$a = -1$ olur.

$f(x) = -(x-2)^2 . (x+2)$ dir.

$f(x) = -(x^2-4x+4)(x+2)$

$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 8$

$f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$

$m = -1,\ n = 2,\ p = 4,\ q = -8$ olur.

$m - n = -1 - 2 = -3$ olur.

Yanıt C

5. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$

$f'(x) = 0$ için

$6x^2 - 6x - 36 = 0$

$6(x^2 - x - 6) = 0$

$6(x-3)(x+2) = 0$

$x = 3,\ x = -2$

x = 3 ve x = –2 için yerel ekstremum vardır.

x		–2		3	
f′(x)	+	0	–	0	+
f(x)	↗	50	↘	–75	↗

$f(-2) = 2.(-2)^3 - 3(-2)^2 - 36.(-2) + 6$

$f(-2) = -16 - 12 + 72 + 6$

$f(-2) = 50$

$f(3) = 2.3^3 - 3.3^2 - 36.3 + 6$

$f(3) = 54 - 27 - 108 + 6$

$f(3) = -75$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

6. C noktası f(x) fonksiyonunun simetri merkezidir. Bu durumda C(3, y) noktası A ve B nin orta noktası olur.

A(2, 6), B(x, 0) ve C(3, y) noktaları için

$\dfrac{x+2}{2} = 3$ olmalıdır.

$x = 4$ bulunur.

$\dfrac{6+4}{2} = y$ olduğundan y = 3 bulunur.

$f(x) = \dfrac{mx+n}{x+p}$ fonksiyonunda

• yatay asimptot y = m dir ve bu değer C noktasının ordinatıdır. y = m = 3 olduğundan m = 3 bulunur.

• Düşey asimptot x = –p dir. Grafikte bu değer x = 3 tür. Dolayısıyla –p = 3 olduğundan p = –3 bulunur.

$f(x) = \dfrac{3x+n}{x-3}$ fonksiyonu A(2, 6) noktasını sağlamak zorundadır.

$f(2) = \dfrac{6+n}{2-3} = 6$

$n = -12$ bulunur.

$m+n+p = 3 + (-12) + (-3)$

$m+n+p = -12$ bulunur.

Yanıt E

7. $y = \dfrac{5}{x+2}$

• $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ düşey asimptottur.

• $\lim_{x\to\infty} \dfrac{5}{x+2}$ olduğundan y = 0 yatay asimptottur.

• $\lim_{x\to -2^+} \dfrac{5}{x+2} = +\infty$

• $\lim_{x\to -2^+} \dfrac{5}{x+2} = -\infty$

olduğuna göre, grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

8. $y = \dfrac{x+1}{x-1} \Rightarrow x = 1$ düşey asimptot, y = 1 yatay asimptottur.

$f'(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$

fonksiyonu daima negatiftir.

$f'(x) < 0$ olduğundan f fonksiyonu $\forall x \in R$ için azalandır.

Yanıt C

9. • y = 0 doğrusunun yatay asimptot olduğu görülür.

• Grafik x eksenini kesmediğinden y = 0 için x değeri yoktur.

C, D, E seçeneklerinde fonksiyonlar y = 0 değeri için x eksenini keserler.

• x = –3 ve x = 3 doğruları düşey asimptotlardır. Payda $x^2 - 9$ olmalı.

• x = 0 için y = 1 olduğundan B seçeneğinde x = 0 için y = 1 bulunur.

Yanıt B

10. $y = \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$

• Düşey asimptot;

$x^2 + x + 1$ ikinci derece denkleminde $\Delta < 0$ dır.

Dolayısıyla reel kök olmadığından düşey asimptot yoktur.

• Yatay asimptot

$\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$ olduğundan y = 1 doğrusu yatay asimptot.

• x = 0 için y = 1 ve y = 0 için x yoktur.
(Grafik x– eksenini kesmez)

• $y' = \dfrac{2x(x^2+x+1) - (2x+1)(x^2+1)}{(x^2+x+1)^2}$

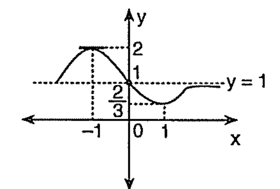
$y' = \dfrac{x^2-1}{(x^2+x+1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \quad x_1 = 1$ ve $x_2 = -1$

x = –1 ise y = 2

$x = 1$ ise $y = \dfrac{2}{3}$

x	–∞		–1		1		+∞
y′		+	0	–	0	+	
y		↗	max.	↘	min.	↗	



bulunur.

Yanıt A

11. • $-x^2 + 4x + 5 \geq 0 \vee x^2 - 4x - 5 \leq 0$ için tanımlıdır.

$x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5) = 0$

Tanım kümesi = [–1, 5]

x		–1		5	
	+	0	–	0	+

• Tanım kümesi sınırlı olduğundan $\lim_{x \to \mp\infty} f(x)$ hesaplanamaz Bu nedenle eğik asimptot yoktur.

• $f'(x) = \dfrac{-2x+4}{2\sqrt{-x^2+4x+5}}$

$f'(x) = 0$ Ş $-2x + 4 = 0$ Ş $x = 2$

$x = 2$ için $y = \sqrt{-4+8+5} = 3$ olur.

•

		–1		2		5	
f′(x)			+		–		
f(x)		0		3		0	

olduğundan doğru seçenek E dir.

Yanıt E

12. $y = \dfrac{x}{x^2-1} \Rightarrow x = \pm 1$ düşey asimptot

$y = 0$ yatay asimptot

$f'(x) = \dfrac{-1-x^2}{(x^2-1)^2} \Rightarrow$ heryerde azalan

Yanıt B

TEST 29 — TÜREV (KARMA)

1. $f(x) = \dfrac{(x+1).(x^2-2)}{2x+1}$ fonksiyonuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{x} + 1$ fonksiyonuna göre,

$\lim_{h \to 0} \dfrac{f(9+h) - f(9)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\dfrac{1}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

3. $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $f(\sin x) = \operatorname{cosec} x + \cos 2x$ fonksiyonu için

$f'\left(\dfrac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 8 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) –6 E) $-3\sqrt{3}$

4. $f(x) = \dfrac{x^2-2}{x+1}$ fonksiyonuna göre,

$\lim_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) $\dfrac{7}{4}$ C) $\dfrac{3}{2}$ D) $\dfrac{5}{4}$ E) 1

5. $f(x) = \prod_{k=1}^{5} x^k$ fonksiyonu veriliyor. $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) –5 B) 0 C) 5 D) 10 E) 15

6. $f(x) = -x^3 + 1$ fonksiyonuna göre, $\lim_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3x^2$ B) $3x^2$ C) $-3x$ D) $3x$ E) $-6x$

7. $y = f(x) = \dfrac{2x+6}{x-2}$ fonksiyonunun grafiğinin asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 2) B) (1, 1) C) (–1, 2) D) (2, 1) E) (2, 2)

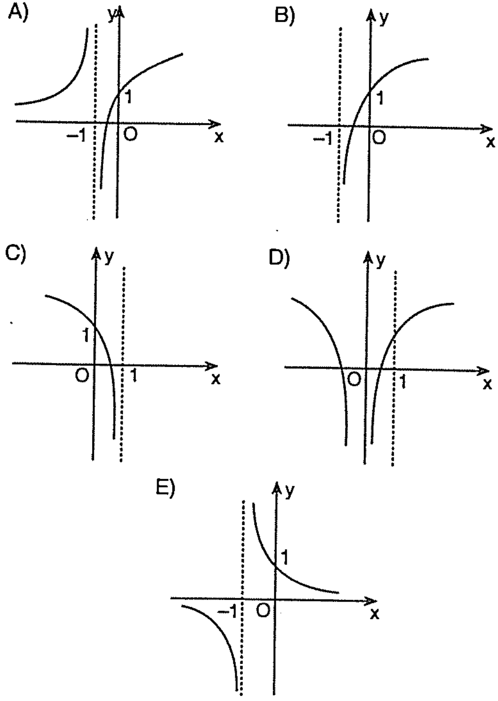
8. $f(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x+1}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1, 1) B) (–1, –1) C) (–1, 0) D) (1, 1) E) (1, –2)

9. $f(x) = \dfrac{ax+3}{2x+b}$ fonksiyonunun grafiğinin simetri merkezi A(–2, 4) olduğuna göre, (a + b) toplamı kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E)

10. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. $f: R \to R$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunda A(1,0) ve B(3,10) noktalarından geçen doğuya paralel olan teğetin değme noktasının apsisi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

12. Taban yarıçapı r, yüksekliği 4r olan bir dik koninin içine en büyük hacimli bir silindir yerleştirilirse, bu silindirin yarıçapı aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\frac{3r}{4}$ B) $\frac{2r}{3}$ C) $\frac{r}{3}$ D) $\frac{r}{4}$ E) $\frac{2r}{5}$

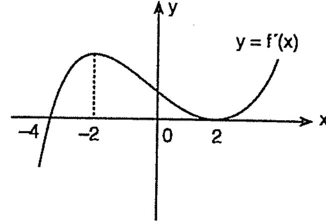
13. Taban alanı 64 br^2 ve yüksekliği 6 br olan kare piramit içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli silindirin yüksekliği kaç birim olur?

A) 2 B) $\frac{2\pi}{3}$ C) 3 D) 4 E) 2π

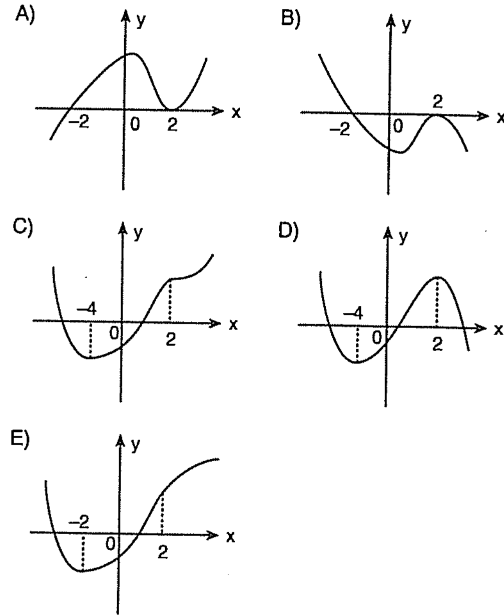
14. $f(x) = x^3 + ax^2 + 6x$ fonksiyonu daima artan bir fonksiyon olduğuna göre, a nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15.



Şekilde y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



16. $y = \frac{x^2}{mx+1}$ fonksiyonunda m nin hangi değerleri için $y = x - 1$ doğrusu bu fonksiyonun grafiğine teğet olur?

A) {−3, 1} B) {2, 3} C) {1, 2} D) {−1, 3} E) {1, 3}

17. $y = x^2 + 1$ parabolünün $y = x - 1$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

TEST 29'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{(x+1).(x^2-2)}{2x+1}$ ifadesi düzenlenirse

$f(x) = \frac{x^3-2x+x^2-2}{2x+1}$ elde edilir.

$f'(x) = \frac{(3x^2+2x-2).(2x+1)-2.(x^3-2x+x^2-2)}{(2x+1)^2}$

x = 0 için;

$f'(0) = \frac{-2.1-2.(-2)}{1} = 2$ olur.

Yanıt E

2. $\lim_{h\to 0} \frac{f(9+h)-f(9)}{h} = f'(9)$ olduğundan,

$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{x} + 1 = (x-1)^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} + 1$

$f'(x) = \frac{2}{3}.\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} + \frac{1}{2}.\frac{1}{\sqrt{x}}$

$f'(9) = \frac{2}{3}.\frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ olur.

Yanıt B

3. f(sinx) = cosecx + cos2x olduğundan,

$f'(\sin x).\cos x = -\frac{1}{\sin^2 x}.\cos x + (-2.\sin 2x)$

$f'(\sin x).\cos x = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} - 4\sin x.\cos x$

(cosx ile sadeleştirilirse)

$f'(\underbrace{\sin x}_{\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{\sin^2 x} - 4\sin x$

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{(\frac{1}{2})^2} - 4.\frac{1}{2}$

$f'(\frac{1}{2}) = -4 - 2 = -6$ olur.

Yanıt D

4. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ifadesi x = 1 noktasında f(x) in türevine eşittir.

$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$ dir.

$f(x) = \frac{x^2-2}{x+1}$ olduğuna göre, bölümün türevinden

$f'(x) = \frac{(x^2-2)'.(x+1)-(x^2-2).(x+1)'}{(x+1)^2}$

$= \frac{2x.(x+1)-(x^2-2).1}{(x+1)^2}$

$= \frac{2x^2+2x-x^2+2}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+2}{(x+1)^2}$

x = 1 için $f'(1) = \frac{1+2+2}{(1+1)^2} = \frac{5}{4}$ bulunur.

Yanıt D

5. $f(x) = \prod_{k=1}^{5} x^k = x^1.x^2.x^3.x^4.x^5 = x^{15}$

$f'(x) = 15.x^{14}$

$f'(1) = 15$ bulunur.

Yanıt E

6. $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$

$f(x) = -x^3 + 1$ olduğundan,

$f'(x) = -3x^2$ elde edilir.

Yanıt A

7. $y = f(x) = \frac{2x+6}{x-2}$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ doğrusu düşey asimptottur.

$\lim_{h\to\infty} f(x) = 2$ olduğundan yatay asimptot y = 2 doğrusudur.

kesim noktası = (x, y) = (2, 2) olur.

Yanıt E

8. $f(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x+1}$ fonksiyonunda

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ düşey asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2+x-1 & x+1 \\ \hline -\!/x^2+x & x \\ \hline -1 & \end{array}$$

$\underbrace{y = x \text{ eğik asimptot}}$

$x = -1$ için $y = -1$ olup

$A(-1,-1)$ bulunur.

Yanıt B

9. $f(x) = \dfrac{ax+3}{2x+b}$ fonksiyonunda simetri merkezi $A(-2, 4)$ olduğuna göre,

$x = -2$ düşey asimptot

$y = 4$ yatay asimptot

$x = -2$ için $2(-2) + b = 0 \Rightarrow b = 4$

$\lim\limits_{h\to\infty} f(x) = 4 \Rightarrow \dfrac{a}{2} = 4 \Rightarrow a = 8$ olur.

Böylece, $a + b = 12$ bulunur.

Yanıt A

10. $f(x) = \dfrac{1}{x+1} \Rightarrow x = -1$ düşey asimptot.

$f'(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow$ heryerde azalan

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ yatay asimptot.

Yanıt E

11. A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi

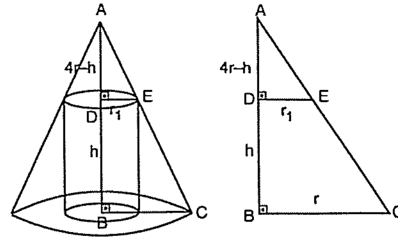
$m_{AB} = \dfrac{10-0}{3-1} = \dfrac{10}{2} = 5$ bulunur.

Paralel doğruların eğimleri eşit olduğundan, f(x) eğrisinin türevinin paralel doğrunun eğimine eşit olması gerekir.

$f'(x) = 3x - 2 = 5 \Rightarrow x = \dfrac{7}{2}$ apsisli nokta olarak bulunur.

Yanıt C

12.



$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{ADE}$ olduğundan,

$\dfrac{4r-h}{4r} = \dfrac{r_1}{r} \Rightarrow h = 4r - 4r_1 = \pi \,.\, (r - r_1)$

Silindirin hacmi $= \pi r_1^2 \,.\, h = 4 \,.\, r_1^2 \,.\, 4 \,.\, (r - r_1)$

$= 4r \,.\, r_1^2 - 4 \,.\, r_1^3$

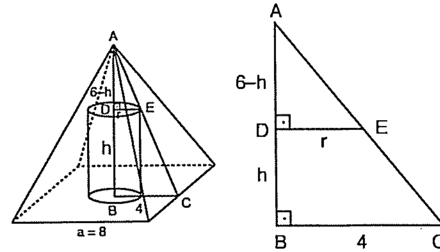
Türevi alınırsa;

$8r \,.\, r_1 - 12r_1^2 = 0 \Rightarrow 8r \,.\, r_1 = 12r_1^2$

$\Rightarrow r_1 = \dfrac{2r}{3}$ olur.

Yanıt B

13.



Taban alanı: 64 br^2 ve taban alanı (kare olduğundan) $a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$ dir.

$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$ dir.

$\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{6-h}{6} = \dfrac{r}{4}$

$\Rightarrow r = \dfrac{2}{3}(6 - h)$

Silindirin hacmi $= \pi r^2 \,.\, h$

$= \pi \left[\dfrac{2}{3} \,.\, (6-h)\right]^2 .\, h$

$= \dfrac{4}{9}\pi \,.\, (6-h)^2 \,.\, h$

h değişkenine göre çarpımın türevini uygularsak,

$\dfrac{4}{9}\,\pi \,.\, (6-h)^2 + \dfrac{4}{9}\,\pi \,.\, 2 \,.\, (-1) \,.\, (6-h) \,.\, h = 0$ için

denkleminin kökü için hacim maksimum olur.

$6 - h = 2h$

$3h = 6$

$h = 2$ olur.

Yanıt A

14. $f(x) = x^3 + ax^2 + 6x$ fonksiyonu daima artan ise $f'(x)$ her yerde pozitiftir.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 6 > 0$ olmalıdır.

Bunun için $\Delta < 0$ olması gerekir.

$\Delta = (2a)^2 - 4 \,.\, 3 \,.\, 6 < 0$

$4a^2 - 72 < 0$

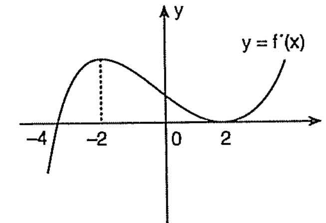
$4a^2 < 72$

$a^2 < 18$

$\underbrace{a = 0, 1, 2, 3, 4}_{5 \text{ tane}}$ (Doğal sayı değerleri)

Yanıt C

15.



$f'(-4) = 0$ olduğuna göre, f fonksiyonunda $x = -4$ yerel ekstremum noktasıdır. (A, B ve E şıkları olamaz.)

$f'(2) = 0$ ve $x = 2$ noktası f' de çift kat kök olduğundan f fonksiyonunda $x = 2$ noktası büküm noktasıdır.

Yanıt C

16. $\dfrac{x^2}{mx+1}$ ve $y = x - 1$ birbirine teğet ise ortak tek noktaları vardır. Eşitlenirse,

$\dfrac{x^2}{mx+1} = x - 1 \Rightarrow x^2 = mx^2 - mx + x - 1$

$\Rightarrow (m - 1)\,x^2 - (m - 1)\,x - 1 = 0$

denkleminin tek kökü olmalı $(\Delta = 0)$

$\Delta = (m - 1)^2 + 4(m - 1) = m^2 - 2m + 1 + 4m - 4 = 0$

$\Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -3$ veya $m = 1$ dir.

m 3

m –1

Yanıt A

17. Bu noktada parabole çizilen teğet ile $y = x - 1$ doğrusunun eğimleri eşittir.

Parabolün x_0 noktasındaki türevinin değeri $y' = 2x_0$ dır.

Bu değer $y = x - 1$ doğrusunun eğimine eşittir.

$y = x - 1$ in eğimi 1 olduğundan

$2x_0 = 1 \Rightarrow x_0 = \dfrac{1}{2}$ olur.

Yanıt D

TEST 30 TÜREV (KARMA)

1. $f(x) = \ln(\cos x) + x$ fonksiyonuna göre,
$f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - \tan x$ B) $1 + \tan x$ C) $1 - \cot x$
D) $1 + \cot x$ E) $-\tan x$

2. $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ fonksiyonuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

3. $\frac{d}{dx}(\sec x + \operatorname{cosec} x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ B) $\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$

C) $\frac{-\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ D) $\frac{-\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$

E) $-\tan x - \cot x$

4. $y = \cos 8x$ olduğuna göre, $\frac{d^4y}{dx^4}$ ifadesinin $x = \frac{\pi}{2}$ için değeri kaçtır?

A) -8^4 B) 0 C) 8^4 D) 2^{16} E) -2^{16}

5. $f(x) = \ln(1 - \cos^2 x)$ fonksiyonuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cot x$ B) $-2\tan x$ C) $2\tan x$
D) $-2\cot x$ E) $2\cot x$

6. $\left.\begin{array}{l} x = \ln(t^2 - 2) \\ y = 2t^3 - 1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 1$ deki değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 0 D) -2 E) -3

7. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x|x^2 - 4|$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

8. $f(x) = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\operatorname{cosec} x$ B) $-\operatorname{cosec} x$ C) $\sec x$
D) $-\sec x$ E) $\tan x + \sec x$

9. $f(x) = 2^{(\sin x + \cos x)}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-2\ln 2$ B) $-\ln 2$ C) 0 D) 1 E) 2

10. $[0, 2]$ aralığında tanımlı $f(x) = x^2 - 2x$ fonksiyonu için Rolle teoremini sağlayan x sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{37}{20}$

11. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 8x}{\tan^2 x - \sin 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

12. $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin x - \tan x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

13. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) e B) 2e C) e^2 D) $\sqrt{e}$ E) e+1

14. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{e^{2x} + x}{e^{2x} + x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

15. $f(x) = (x + 2)^2 + 3$ eğrisinin hangi noktadaki teğeti $y = 6x + 5$ doğrusuna paraleldir?

A) (1, 2) B) (–1, 4) C) (1, 12)
D) (0, 7) E) (1,11)

16. $f(x) = mx^3 + 3x^2 + nx$ fonksiyonunun $x = 4$ de extremum, $x = -2$ de dönüm noktası olduğuna göre, n kaçtır?

A) –6 B) –24 C) –48 D) 24 E) 48

17. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{ax + b}$ fonksiyonunun asimptotları (1,2) noktasında kesişiyorlarsa b aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –2 B) –1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

18. $\forall x \in R$ için $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4x + 1$ fonksiyonu artan olduğuna göre, a nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

19. $f(x) = x^2 + mx$ fonksiyonunun apsisi –1 olan noktasındaki teğet denklemi $y = 2x + n$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

20. $f(x) = x^2 + x + 4$ ve $g(x) = x^2 - 2x + 8$ fonksiyonları için [0, 1] aralığında ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

TEST 30'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \ln(\cos x) + x$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\cos x)'}{\cos x} + 1$$

$$= \frac{-\sin x}{\cos x} + 1$$

$$= -\tan x + 1$$

$$= 1 - \tan x \text{ olur.}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{2x}{x-1}\right)'}{\frac{2x}{x-1}} = \frac{\frac{(2x)'.(x-1) - (2x)(x-1)'}{(x-1)^2}}{\frac{2x}{x-1}}$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{2x}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 2 - 2x}{x-1} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{-2}{x-1} \cdot \frac{1}{2x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x.(x-1)}$$

$x = 2$ için, $f'(2) = -\frac{1}{2.1} = -\frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt A

3. $f(x) = \sec x + \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

$$f'(x) = \frac{1'.\cos x - 1.(\cos x)'}{\cos^2 x} + \frac{1'.\sin x - 1.(\sin x)'}{\sin^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{0 - 1.(-\sin x)}{\cos^2 x} + \frac{0 - 1.(\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

4. $y = \cos 8x$ ise

$$\frac{dy}{dx} = -\sin 8x \,.\, 8 = -8 \,.\, \sin 8x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -8 \,.\, \cos 8x \,.\, 8 = -8^2 \cos 8x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -8^2 \,.\, (-\sin 8x) \,.\, 8 = 8^3 \,.\, \sin 8x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = = 8^3 \,.\, \cos 8x \,.\, 8 = 8^4 \,.\, \cos 8x$$

$x = \frac{\pi}{2}$ için $\frac{d^4y}{dx^4} = 8^4 \,.\, \cos\left(8 \,.\, \frac{\pi}{2}\right) = 8^4$ bulunur.

Yanıt C

5. $f(x) = \ln(1 - \cos^2 x)$

$f(x) = \ln(\sin^2 x) = 2\ln(\sin x)$

$$f'(x) = 2\frac{(\sin x)'}{\sin x}$$

$$f'(x) = 2\frac{\cos x}{\sin x}$$

$f'(x) = 2\cot x$ olur.

Yanıt E

6. $x = \ln(t^2 - 2)$

$y = 2t^3 - 1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t^2}{\frac{(t^2-2)'}{t^2-2}} = \frac{6t^2}{\frac{2t}{t^2-2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 6t^2 \,.\, \frac{t^2-2}{2t} = 3t \,.\, (t^2-2)$$

$t = 1$ için; $\frac{dy}{dx} = 3 \,.\, 1 \,.\, (1^2 - 2) = 3 \,.\, (-1) = -3$ olur.

Yanıt E

7. $f'(x) = 9x^2 - 4x + 1.|x^2 - 4| + (|x^2 - 4|).x$

$$= 9x^2 - 4x + |x^2 - 4| - 2x^2$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 9.\frac{1}{4} - 4.\frac{1}{2} + \left|\frac{1}{4} - 4\right| - 2.\frac{1}{4}$$

$$= \frac{9}{4} - \frac{8}{4} + \frac{15}{4} - \frac{12}{4}$$

$$= \frac{14}{4}$$

$$= \frac{7}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt A

8. $f(x) = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\operatorname{cosec} x + \cot x)'}{\operatorname{cosec} x + \cot x}$$

$$= \frac{-\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}}{\frac{1}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= -\frac{(\cos x + 1)}{\sin^2 x} \cdot \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$= -\frac{1}{\sin x} = -\operatorname{cosec} x \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $f(x) = 2^{(\sin x + \cos x)}$ olduğundan,

$f'(x) = (\sin x + \cos x)'.2^{(\sin x + \cos x)}.\ln 2$

$= (\cos x - \sin x).2^{(\sin x + \cos x)}.\ln 2$ olur.

$x = \frac{\pi}{2}$ için;

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{\pi}{2}\right) . 2^{\sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2}} . \ln 2$$

$= (0 - 1) . 2^{1+0} . \ln 2$

$= -2\ln 2$ bulunur.

Yanıt A

10. $f(0) = 0$ ve $f(2) = 0$ olduğu için, Rolle Teoremini sağlayan en az bir nokta vardır.

$f(x) = x^2 - 2x$

$[0,2]$ aralığında $f'(x) = 0$ yapan en az bir x değeri vardır.

$f'(x) = 2x - 2 = 0$

$x = 1$ dir.

Yanıt B

11. $$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 8x}{\tan^2 x - \sin 2x}$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\frac{\pi}{2} - \cos 2\pi}{\tan^2\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{2}} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan}$$

L'Hospital kuralını uygulayalım.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x \,.\, 2 + 8\sin 8x}{2\tan x.(1 + \tan^2 x) - 2\cos 2x}$$

$$= \frac{2\cos\frac{\pi}{2} + 8\sin 2\pi}{2\tan\frac{\pi}{4}\left(1 + \tan^2\frac{\pi}{4}\right) - 2\cos\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{0 + 0}{2.1\,(1+1) - 0} = \frac{0}{4} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

12. $$\lim_{x \to \pi} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin x - \tan x}$$

$$= \frac{\tan 2\pi - \sin 2\pi}{\sin \pi - \tan \pi} = \frac{0-0}{0-0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan}$$

L'Hospital kuralı uygulanabilir.

$$\lim_{x \to \pi} \frac{2(1 + \tan^2 2x) - 2\cos 2x}{\cos x - (1 + \tan^2 x)}$$

$$= \frac{2(1 + \tan^2 2\pi) - 2.\cos 2\pi}{\cos \pi - 1 - \tan^2 \pi} = \frac{2(1+0) - 2}{-1 - 1 - 0}$$

$$= \frac{0}{-2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

13. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{x+1} \to 1^{\infty}$

$y=\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{x+1}$

(Her iki tarafın ln ini alırsak)

$\ln y=\ln\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{x+1}$

$\ln y=(x+1).\ln\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)$ (her iki tarafın limitini alalım)

$\lim\limits_{x\to\infty}\ln y=\lim\limits_{x\to\infty}\left[(x+1).\ln\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)\right]$

$\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}y\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left[(x+1).\ln\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)\right]$

$\lim\limits_{x\to\infty}y=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[(x+1).\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)\right]}$ olur.

$\lim\limits_{x\to\infty}(x+1).\ln\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)\to\infty.0$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x+1}}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliğidir.

L'Hospital kuralı uygulanabilir.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{\left(1+\frac{1}{2x}\right)'}{1+\frac{1}{2x}}}{\left(\frac{1}{(x+1)}\right)'}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{0-\frac{1}{2x^2}}{\frac{2x+1}{2x}}}{-\dfrac{1}{(x+1)^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{2x^2}.\frac{2x}{2x+1}}{\frac{1}{x^2+2x+1}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{2x^2+x}}{\frac{1}{x^2+2x+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2x+1}{2x^2+x}=\dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{x+1}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}((x+1)\ln(1+\frac{1}{2x}))}=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$ olur.

2. Yol

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{a}{bx}\right)^{cx+d}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a}{bx}(cx+d)}=e^{\frac{a.c}{b}}$ dir.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{a}{2x}\right)^{x+1}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{2x}(x+1)}=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$ olur.

Yanıt D

14. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{2x}+x}{e^{2x}+x^2}\to\dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğundan

L'Hospital kuralı uygulanabilir.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2e^{2x}+1}{2e^{2x}+2x}\to\dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliğidir. Bir daha L' Hospital

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4e^{2x}+0}{4e^{2x}+2}\to\dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliğidir. Bir daha L'Hospital

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8e^{2x}}{8e^{2x}+0}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8e^{2x}}{8e^{2x}}=\lim\limits_{x\to\infty}1=1$ olur.

Yanıt A

15. $f(x)=(x+2)^2+3$

$f'(x)=2(x+2)$ dir.

$x=a$ noktasındaki teğeti $y=6x+5$ doğrusuna paralel ise

$f'(a)=6$ olmalıdır.

$f'(a)=2(a+2)=6$

$a+2=3$

$a=1$

$a=1$ ise $f(1)=(1+2)^2+3=12$

(1, 12) noktasındaki teğet doğrusu, $y=6x+5$ doğrusuna paraleldir.

Yanıt C

16. $x=4$ ekstremum noktası ise $f'(4)=0$ olmalıdır.

$x=-2$ dönüm noktası ise $f''(-2)=0$ olmalıdır.

$f'(x)=3mx^2+6x+n$

$f'(4)=48m+24+n=0\Rightarrow 48m+n=-24$

$f''(x)=6mx+6$

$f''(-2)=-12m+6=0\Rightarrow -12m=-6$

$\Rightarrow m=\dfrac{1}{2}$

$48.\dfrac{1}{2}+n=-24\Rightarrow n=-48$ bulunur.

Yanıt C

17. $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{ax+b}$ fonksiyonunda;

$ax+b=0\Rightarrow x=-\dfrac{b}{a}$ düşey asimptot

$(1,2)\Rightarrow -\dfrac{b}{a}=1\Rightarrow \boxed{b=-a}$

$x^2-4x+3 \;\big|\; ax+b$

$\underline{x^2+\frac{b}{a}x} \qquad \dfrac{x}{a}+\left(\dfrac{-4a-b}{a^2}\right)$ → eğik asimptot

$\left(\dfrac{-4a-b}{a}\right)x+3$

$\underline{\left(\dfrac{-4a-b}{a}\right)x+\dfrac{-4ab-b^2}{a^2}}$

$3+\dfrac{4ab+b^2}{a^2}$

$(1,2)\Rightarrow\dfrac{1}{a}+\dfrac{-4a-b}{a^2}=2$ ve $b=-a$ olduğundan

$a=-1,\ b=1$ olur.

Yanıt D

18. $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-ax^2+4x+1$ fonksiyonu artan olduğundan,

$\forall x\in R$ için $f'(x)>0$ olmalıdır.

$f'(x)=\dfrac{1}{3}3x^2-2ax+4>0$ olması için $\Delta<0$ olmalıdır.

$\Delta=(-2a)^2-4.1.4<0$

$4a^2-16<0$

$4a^2<16$

$a^2<4$

$-2<a<2$

$a=-1,0,1$ olabilir.

O halde, a nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı;

$-1+0+1=0$ olur.

Yanıt C

19. $f(x)=x^2+mx$ eğrisinin $x=-1$ apsisli noktasındaki teğeti $y=2x+n$ doğrusu ise $f'(-1)=2$ olmalıdır.

$f'(x)=2x+m$

$f'(-1)=-2+m=2$

$m=4$ tür.

$f(x)=x^2+4x\Rightarrow f(-1)=(-1)^2+4(-1)=1-4=-3$

$y=2x+n$ doğrusu fonksiyona $(-1,-3)$ noktasında teğettir. Bu nokta teğet doğrusunun denklemini sağlamalıdır.

$y=2x+n$

$-3=2.(-1)+n$

$n=-1$ dir.

Yanıt A

20. $\dfrac{f'(x)}{g'(x)}=\dfrac{f(1)-f(0)}{g(1)-g(0)}$

$\Rightarrow\dfrac{2x+1}{2x-2}=\dfrac{6-4}{7-8}$

$\Rightarrow\dfrac{2x+1}{2x-2}=\dfrac{2}{-1}$

$\Rightarrow -2x-1=4x-4$

$\Rightarrow 3=6x$

$\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt E

TEST 31 TÜREV (KARMA)

1. $f(x)=\dfrac{|x^2-x-2|}{x^2+x}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

2. f(x) 3. dereceden bir fonksiyondur.
$f''(0) = -4$ ve $f''(1) = 2$ olduğuna göre, $f''(3)$ değeri kaçtır?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

3. $f(x) = mx^2 - 2x + 4$ fonksiyonu veriliyor.
$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=4$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

4. $f(x) = x.|x^2 - 16|$ fonksiyonuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?

A) –14 B) –13 C) –12 D) –11 E) –10

5. $f(x) = 2ax^2 + mx + n$ fonksiyonu veriliyor.
$f'(3) - f'(2) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $f(x)=\dfrac{ax^2-1}{x+1}$ fonksiyonu veriliyor.
$f'(1) = 2$ olduğuna göre, kaçtır?

A) 3 B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

7. $f(x)=\dfrac{\sin 6x+\sin 2x}{\cos 6x+\cos 2x}$ olduğuna göre, $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) 0 C) 1 D) 4 E) 8

8. Tanımlı olduğu değerler için $f(x)=\sqrt{2x+7}$
$g(x) = x^2 + 3x + 1$ olduğuna göre, (gof) (x) fonksiyonunun x = 1 apsisli noktadaki türevi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 0 D) 2 E) 3

9. $f(x) = x.|x^2 - 4|$ fonksiyonu için $f'(4).f'(1)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) –46 B) –44 C) 44 D) 46 E) 48

10. $f : R \to R$, $f(x) = x^3 + 1$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{8}$ E) 16

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{2x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-1} B) e^{-2} C) e^{-3} D) e^{-4} E) e^{-6}

12. $\lim\limits_{x\to 0} x^{5x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e B) $\frac{1}{e}$ C) 0 D) 1 E) –1

13. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x}{e^{7x}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 0 D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

14. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin\frac{\pi}{x}-\cos\pi x}{\sin\pi x+\cos\frac{\pi}{2}x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{4}{\pi^2}$ D) 0 E) 1

15. $f(x)=\dfrac{x^2-ax+3}{x+1}$ eğrisinin x = 1 apsisli noktasındaki teğetinin y = x + 2 doğrusuna paralel olması için a kaç olmalıdır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

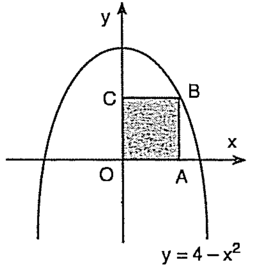
16. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonu x = 1 noktasında x eksenine teğet olduğuna göre, a kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

17. $f(x) = \dfrac{x^2+(m-1)x}{x+2}$ fonksiyonunun x = 4 de ekstremum noktasının olması için m kaç olmalıdır?

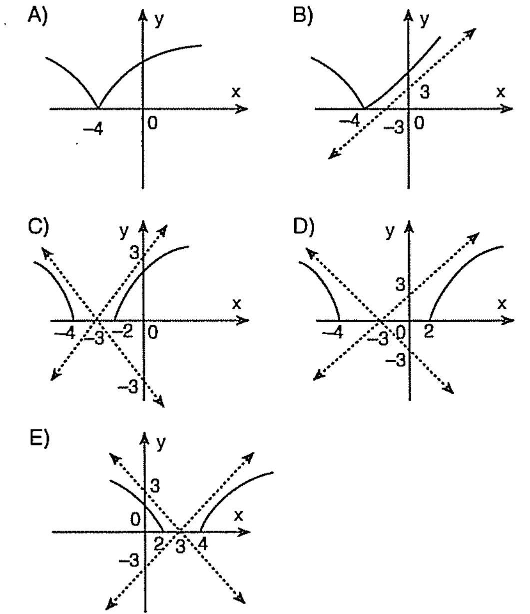
A) –5 B) –6 C) –9 D) –12 E) –15

18. Şekilde $y = 4 - x^2$ parabolü verilmiştir. OABC dikdörtgeninin B köşesi parabol üzerinde, A ve C köşeleri ise eksenler üzerindedir. Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?

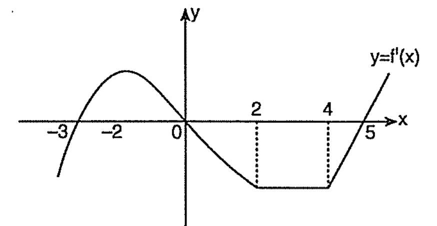


A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{16}{3\sqrt{3}}$

19. $y = \sqrt{x^2 + 6x + 8}$ eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



20.



Şekilde y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) x > 5 için f''(x) azalan fonksiyondur.
B) (–3, 0) aralığında f(x) artandır.
C) (0, 2) aralığında f(x) artandır.
D) (2, 4) aralığında f(x) sabit fonksiyondur.
E) x = –3 noktasında f(x) fonksiyonunun minimumu vardır.

TEST 31'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)=\dfrac{|x^2-x-2|}{x^2+x}$ için,

$f'(x)=\dfrac{(|x^2-x-2|)'.(x^2+x)-(x^2+x)'|x^2-x-2|}{(x^2+x)^2}$

$=\dfrac{(-2x+1)(x^2+x)-(2x+1)|x^2-x-2|}{(x^2+x)^2}$

$f'(1)=\dfrac{-2-3.2}{4}=\dfrac{-8}{4}=-2$ olur.

Yanıt E

2. 3. dereceden bir fonksiyonun ikinci türevi birinci dereceden fonksiyondur.

$f''(x) = mx+n$ dir.

$f''(0) = n = -4$

$f''(1) = m + n = 2 \Rightarrow m = 6$ bulunur.

$f''(x) = 6x - 4$ için

$f''(3) = 6 . 3 - 4 = 14$ olur.

Yanıt B

3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)$ dir.

$f(x) = mx^2 - 2x + 4$ ise

$f'(x) = 2mx - 2$ dir.

$f'(2) = 4m - 2 = 4$ olduğundan

$4m = 6$

$m=\dfrac{3}{2}$ bulunur.

Yanıt E

4. $f(x) = x.|x^2 - 16|$ fonksiyonunda

$x = 3$ için $x^2 - 16 = 9 - 16 = -7$ olduğundan

$f(x) = x\,(16 - x^2)$

$f(x) = -x^3 + 16x$ bulunur. Buradan

$f'(x) = -3x^2 + 16$ elde edilir.

$x = 3$ için $f'(3)= -3 . (3)^2 + 16 = -11$ bulunur.

Yanıt D

5. $f(x) = 2ax^2 + mx + n$ ise

$f'(x) = 4ax + m$ dir.

$x = 3$ için $f'(3) = 4.a.3 + m = 12a + m$

$x = 2$ için $f'(2) = 4.a.2 + m = 8a + m$ bulunur.

$f'(3) - f'(2) = 12a + m - 8a - m = 8$

$4a = 8$

$a = 2$ olur.

Yanıt E

6. $f(x)=\dfrac{ax^2-1}{x+1}$ olduğuna göre, bölmenin türevinden

$f'(x)=\dfrac{(ax^2-1)'\,(x+1)-(ax^2-1)\,.\,(x+1)'}{(x+1)^2}$

$f'(x)=\dfrac{(2ax)\,(x+1)-(ax^2-1)}{(x+1)^2}$ bulunur.

$x = 1$ için $f'(1)=\dfrac{2a.2-(a-1)}{2^2}$

$2=\dfrac{4a-a+1}{4}$

$8=3a+1$

$a=\dfrac{7}{3}$ olur.

Yanıt B

7. $f(x)=\dfrac{\sin 6x+\sin 2x}{\cos 6x+\cos 2x}$ fonksiyonunun pay ve paydasına trigonometrik dönüşüm bağıntısı uygulanırsa;

$f(x)=\dfrac{2\sin(4x).\cos(2x)}{2\cos(4x).\cos(2x)}=\dfrac{\sin 4x}{\cos 4x}=\tan 4x$

$f(x) = \tan 4x$ ise $f'(x)=4.\dfrac{1}{\cos^2 4x}$

$x=\dfrac{\pi}{4}$ için $f'(\dfrac{\pi}{4})=4.\dfrac{1}{\cos^2(4.\frac{\pi}{4})}=4.\dfrac{1}{\cos^2(\pi)}$

$f'(\dfrac{\pi}{4})=4.\dfrac{1}{(-1)^2}=4.1=4$ olur.

Yanıt D

8. $f(x)=\sqrt{2x+7}$ ise $f'(x)=\dfrac{2}{2\sqrt{2x+7}}$

$g(x) = x^2 + 3x + 1$ ise $g'(x) = 2x+3$ dür.

$(gof)'(x) = g'(f(x))\,.\,f'(x)$

$(g'(f(x)) = 2.\sqrt{2x+7}+3$ olduğundan)

$(gof)'(x)=[2.\sqrt{2x+7}+3].\dfrac{2}{2\sqrt{2x+7}}$

$x = 1$ için, $(gof)'(1)=[2\sqrt{2.1+7}+3].\dfrac{1}{\sqrt{2.1+7}}$

$(gof)'(1)=[2.3+3].\dfrac{1}{3}=\dfrac{9}{3}=3$ bulunur.

Yanıt E

9. $f(x) = x.|x^2 - 4|$ fonksiyonunda

$x = 4 \Rightarrow f(x) = x(x^2 - 4) = x^3 - 4x$

$x = 1 \Rightarrow f(x) = x(-x^2 + 4) = -x^3 + 4x$ olur.

$x = 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4 \Rightarrow f'(4) = 44$

$x = 1 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 4 \Rightarrow f'(1) = 1$

$f'(4) . f'(1) = 44$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = x^3 + 1$ ise $f'(x) = 3x^2$

$(f^{-1})'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}$ dir.

$2 = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = 1,\ x = 1$ olur.

$(f^{-1})'(2)=\dfrac{1}{f'(1)}$ dır.

$(f^{-1})'(2)=\dfrac{1}{3.1}=\dfrac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt C

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{2x}\to 1^{\infty}$ belirsizliği çıkar.

$\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{2x}=e^{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2x}}=e^{2x\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$

$=e^{\frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}}}$ olur.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{2x}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}}}$ olur.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan.

L'Hospital uygulayalım.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(\ln(x-1)-\ln(x+1))'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}}{-\frac{1}{2x^2}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x+1-x+1}{x^2-1}}{-\frac{1}{2x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{2}{x^2-1}}{-\frac{1}{2x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-4x^2}{x^2-1}=-4$ olur.

O halde;

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{2x}=e^{-4}$ bulunur.

Yanıt D

12. $\lim_{x\to0} x^{5x} \to 0^0$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x\to0} e^{\ln x^{5x}} = \lim_{x\to0} e^{5x\ln x}$$

$$= \lim_{x\to0} e^{\left(\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}}\right)}$$

$$= e^{\lim_{x\to0}\left(\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}}\right)}$$

$\lim_{x\to0}\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} \to \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği elde edilir.

L´ Hospital yardımı ile kuvvetin limitini alır daha sonra "e" nin kuvvetine yazarsak,

$$\lim_{x\to0}\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} = \lim_{x\to0}\frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{5x}\right)'} = \lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{5x^2}}$$

$$= \lim_{x\to0} -\frac{5x^2}{x} = \lim_{x\to0} -5x$$

= 0 bulunur.

O halde;

$\lim_{x\to0} x^{5x} = e^0 = 1$ elde edilir.

Yanıt D

13. $\lim_{x\to\infty}\frac{7x}{e^{7x}} \to \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olur.

L'Hospital yardımı ile

$$\lim_{x\to\infty}\frac{7x}{e^{7x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{(7x)'}{(e^{7x})'} = \lim_{x\to\infty}\frac{7}{e^{7x}.7} = 0$$ bulunur.

Yanıt C

14. $$\lim_{x\to2}\frac{\sin\frac{\pi}{x}-\cos\pi x}{\sin\pi x+\cos\frac{\pi}{2}x} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}-\cos2\pi}{\sin2\pi+\cos\pi}$$

$$=\frac{1-1}{0+(-1)}=\frac{0}{-1}=0$$ bulunur.

Not: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ belirsizlikleri yoksa L´ Hospital uygulanamaz.

Yanıt D

15. $f(x)=\frac{x^2-ax+3}{x+1}$ eğrisinin x = 1 apsisli noktasındaki teğetinin eğimi, y = x + 2 doğrusunun eğimine eşit olmalıdır.

y = x + 2 doğrusunun eğimi 1 dir. O halde;

f´(1) = 1 olmalıdır.

$$f'(x)=\frac{(2x-a)(x+1)-(x^2-ax+3).1}{(x+1)^2}$$

x = 1 için $f'(1)=\frac{(2-a)(1+1)-(1-a+3)}{(1+1)^2}$

$$1=\frac{4-2a-(-a+4)}{4}$$

4 = −a

a = −4 olur.

Yanıt A

16. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonunun x = 1 noktasındaki değeri 0 dır. Yani f(1) = 0 dır.

f(1) = 1 + a + b + 2 = 0 ⇒ a + b = −3 olur.

Ayrıca, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonu x = 1 noktasında x eksenine teğet ise bu noktada fonksiyonun türevi 0 dır.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

f´(1) = 3 + 2a + b = 0 ⇒ 2a + b = −3 olur.

a + b = −3

2a + b = −3 olduğundan a = 0, b = −3 bulunur.

Yanıt D

17. $f(x)=\frac{x^2+(m-1)x}{x+2}$ fonksiyonunun x = 4 de ekstremum noktasının olması için f´(4) = 0 olmalıdır.

$$f'(x)=\frac{[2x+(m-1)](x+2)-[x^2+(m-1)x]}{(x+2)^2}$$

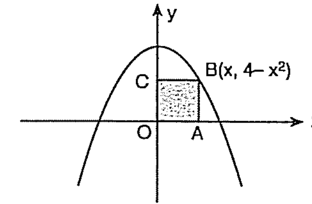
$$f'(4)=\frac{(7+m).6-(16+4m-4)}{36}=0$$

42 + 6m − 12 − 4m = 0

30 + 2m = 0 ise m = −15 bulunur.

Yanıt E

18.



B noktasının koordinatı $(x, 4-x^2)$ dir.

ABCO dikdörtgeninin alanı $A(x) = x.(4-x^2)$ olur.

$A(x) = -x^3 + 4x$ in en büyük değeri A´(x) = 0 olduğu noktadır.

$A'(x) = -3x^2 + 4 = 0$

$x=\frac{2}{\sqrt3}$ bulunur.

$A(x) = -x^3 + 4x$ fonksiyonunda

$x=\frac{2}{\sqrt3}$ için $A\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)=-\frac{8}{3\sqrt3}+\frac{8}{\sqrt3}=\frac{16}{3\sqrt3}$ elde edilir.

Yanıt E

19. $y=\sqrt{x^2+6x+8}=\sqrt{(x+3)^2-1}$

olduğundan y = x + 3 ve y = −x − 3 fonksiyonun grafiğinin eğik asimtotlarıdır.

y = 0 için $(x+3)^2 = 1$

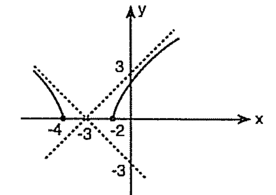
↓ ↓

x + 3 = 1 x + 3 = −1

x = −2 x = −4

Grafik x eksenini (−2, 0) ve (−4, 0) noktalarında keser. y negatif değer alamaz.

$y=\sqrt{x^2+6x+8}\geq0$ dır.



Yanıt C

20.

x	−∞ … −3	−3 … 0	0 … 5	5 … ∞
f´(x)	−	+	−	+
f(x)	↘	↗	↘	↗

A) x > 5 ise f'(x) > 0 olduğundan f(x) artandır.

B) (−3,0) aralığında f'(x) > 0 olduğundan f(x) artandır.

C) (0,2) aralığında f'(x) < 0 olduğundan f(x) azalandır.

D) (2,4) aralığında f'(x) = −2 olduğundan f(x) doğrusal fonksiyon olması gerektiğinden sabit fonksiyon değildir.

E) x = −3 noktasında f'(x) = 0 ve x < −3 için f'(x) > 0 x < −3 için f'(x) < 0 olduğundan f(x) in minimum noktasıdır.

Yanıt E

TEST 32 TÜREV (KARMA)

1. $f(x)=\begin{cases} 3x+1, & x<1 \\ ax^2+b, & 1\le x<2 \\ mx^3+n, & x\ge 2 \end{cases}$

fonksiyonu R de türevli olduğuna göre, n kaçtır?

A) 1 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

2. $f: R^+ \to R$,

$f(x)=x^3-\sqrt{x}$ ile tanımlıdır.

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3. $f(x) = x^2 - 4x$ için $x \ge 2$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ in $x = -3$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) −2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $f(x)=1-\sqrt{x}$ olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $-\sqrt{2}$

5. $y = (2x + 1)^6$ olduğuna göre, $\frac{d^6y}{dx^6}$ ifadesinin eşiti şağıdakilerden hangisidir?

A) $6! \,.\, 2^8$ B) $6! \,.\, 2^7$ C) $6! \,.\, 2^6$

D) $6! \,.\, 2^5$ E) $6! \,.\, 2^4$

6. $f(x)=x^2.\sqrt[5]{x^3-2x+1}$ olduğuna göre,

$f'(-1)$ ifadesinin eşiti şağıdakilerden hangisidir?

A) −2 B) $-\frac{3}{\sqrt[5]{16}}$ C) $-\frac{17}{5.\sqrt[5]{16}}$

D) $\frac{-18}{5.\sqrt[5]{16}}$ E) $\frac{-19}{5.\sqrt[5]{16}}$

7. $\left.\begin{array}{l} y=2t^2-2 \\ t=x^3 \\ x=2u+1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{du}$ ifadesinin u = 0 için değeri kaçtır?

A) 36 B) 24 C) 18 D) 16 E) 12

8. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğuna göre, $f'(\pi)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

9. $y=f(x)=\arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $-\frac{1}{4\sqrt{3}}$

10. $\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{t} \\ x=t^3-t+1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesinin

t = 1 için değeri kaçtır?

A) 6 B) 4 C) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

11. $f(x)=\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2.\sqrt[3]{28}}$ B) $\frac{1}{2.\sqrt[3]{21}}$ C) $\frac{1}{2.\sqrt[3]{18}}$

D) $\frac{1}{2.\sqrt[3]{16}}$ E) $\frac{1}{2.\sqrt[3]{4}}$

12. $f(x) = \ln(\arctan(2x + 1))$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\arctan(2x+1)}$

B) $\frac{2}{\arctan(2x+1)}$

C) $\frac{-2}{[1+(2x+1)^2].(\arctan(2x+1))}$

D) $\frac{1}{[1+(2x+1)^2].(\arctan(2x+1))}$

E) $\frac{2}{[1+(2x+1)^2].(\arctan(2x+1))}$

13. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x-\cos x}{\tan x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-25}{\sqrt[3]{5x+2}-3}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 54 B) 27 C) $\frac{14}{3}$ D) 2 E) $-\frac{14}{3}$

15. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^x$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −1 B) 1 C) e D) − e E) $\frac{1}{e}$

16. $\lim\limits_{x\to 0}x^x$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −1 B) 0 C) 1 D) e E) $\frac{1}{e}$

17. $f(x) = a(x^3 - 2x^2 + x)^3$ fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasındaki teğeti $y - 2x + 15 = 0$ doğrusuna paralel olduğuna göre, a kaçtır?

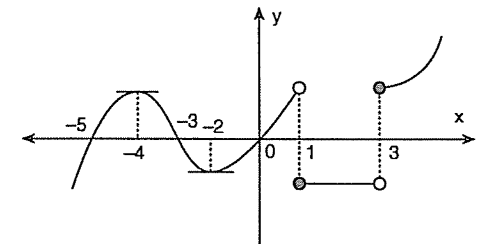
A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 6

18. $y = -x^2 - 5x + 6$ parabolü üzerinde alınan hangi noktanın koordinatları toplamı maksimum olur?

A) $\left(-\frac{5}{2},\frac{49}{4}\right)$ B) $\left(-\frac{3}{2},30\right)$ C) (−2 , 14)

D) (−2 , 12) E) (−2 , 16)

19.



Şekilde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $1 < x < 3$ için $f'(x) = 0$ dır.

B) $x < -4$ için $f'(x) > 0$ dır.

C) $x > 3$ için $f'(x) < 0$ dır.

D) $f'(-2) = 0$

E) $-2 < x < 1$ için f(x) artandır.

20. $f: R \to R$, $f(x) = 8x^3 - 15x^2 - 36x + 60$ fonksiyonunun yerel minimum değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −14 B) −12 C) −10 D) −9 E) −8

TEST 32'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x<1 \\ ax^2+b, & 1 \le x < 2 \\ mx^3+n, & x \ge 2 \end{cases}$

fonksiyonunun R de türevli olabilmesi için x = 1 ve x = 2 apsisli noktalarda sağdan ve soldan türevleri eşit, x =1 ve x = 2 apsisli noktalarda sürekli olması gerekir.

$f'(1^+) = f'(1^-)$

$2a \cdot 1 = 3$

$a = \frac{3}{2}$

$f'(2^+) = f'(2^-)$

$3m2^2 = 2a \cdot 2$

$3m = a$

$3m = \frac{3}{2}$ $\left(a = \frac{3}{2} \text{ olduğundan}\right)$

$m = \frac{1}{2}$ olur

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} f(x)$

$a \cdot 1^2 + b = 3 \cdot 1 + 1$

$a + b = 4$

$a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 4 - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow b = \frac{5}{2}$

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2^-} f(x)$

$m \cdot 2^3 + n = a \cdot 2^2 + b$

$\frac{1}{2} \cdot 8 + n = \frac{3}{2} \cdot 4 + \frac{5}{2}$

$4 + n = 6 + \frac{5}{2}$

$n = 2 + \frac{5}{2}$

$n = \frac{9}{2}$ dir.

Yanıt B

2. $f(x) = x^3 - \sqrt{x}$ olmak üzere;

$\lim\limits_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$ dir.

$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$ olduğundan,

$x = 1$ için, $f'(1) = 3 \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1}}$

$= 3 - \frac{1}{2}$

$= \frac{5}{2}$ dir.

Yanıt D

3. $f(x) = x^2 - 4x$ ve $x \ge 2$ olmak üzere;

$(f^{-1})'(y_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$ dır.

$f^{-1}(-3) = x_0$ olsun.

$x_0^2 - 4.x_0 = -3 \Rightarrow x_0^2 - 4.x_0 + 3 = 0$

$\Rightarrow x_0 = 1$ veya $x_0 = 3$

$x \ge 2$ olduğundan $x_0 = 3$ alınır.

O halde; $(f^{-1})(-3) = \frac{1}{f'(3)}$ dür.

$f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow f'(x) = 2x - 4$

$\Rightarrow f'(3) = 2 \cdot 3 - 4 = 2$ dir.

$(f^{-1}(-3))' = \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{2}$ olur.

Yanıt C

4. $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ olmak üzere;

$\lim\limits_{x\to2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2)$ dir.

$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$ olduğundan,

$x = 2$ için; $f'(2) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$ olur.

Yanıt A

5. $y = (2x+1)^6$ olduğundan,

$y' = 6 \cdot (2x+1)^5 \cdot 2$

$y'' = 6 \cdot 5 \cdot (2x+1)^4 \cdot 2 \cdot 2$

$y''' = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot (2x+1)^3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$y^{(iv)} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (2x+1)^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$y^{(v)} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2\,(2x+1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$y^{(vi)} = \underbrace{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{6!} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^6}$

O halde $\frac{d^6y}{dx^6} = 6! \cdot 2^6$ dır.

Yanıt C

6. $f'(x) = 2x \cdot \sqrt[5]{x^3-2x+1} + x^2 \cdot \frac{1}{5} \frac{3x^2-2}{\sqrt[5]{(x^3-2x+1)^4}}$ olur.

$x = -1$ için; $f'(-1) = -2 \cdot \sqrt[5]{-1+2+1} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3 \cdot 1 - 2}{\sqrt[5]{(-1+2+1)^4}}$

$= \frac{-2 \cdot \sqrt[5]{2}}{1} + \frac{1}{5\sqrt[5]{16}}$

$= \frac{-10\sqrt[5]{32}+1}{5\sqrt[5]{16}}$

$= \frac{-20+1}{5\sqrt[5]{16}}$

$= -\frac{19}{5\sqrt[5]{16}}$

Yanıt E

7. $\left.\begin{aligned} y &= 2t^2 - 2 \\ t &= x^3 \\ x &= 2u + 1 \end{aligned}\right\}$ olduğundan,

$\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \cdot \frac{dx}{du} = (4t) \cdot (3x^2) \cdot 2$ olur.

$u = 0 \Rightarrow x = 2u + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ dir.

$x = 1 \Rightarrow t = x^3 = 1^3 = 1$ dir.

$x = 1$ ve $t = 1$ olduğundan,

$(4t) \cdot (3x^2) \cdot 2 = (4 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 1^2) \cdot 2$

$= 4 \cdot 3 \cdot 2$

$= 24$ dür.

Yanıt B

8. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğundan,

$f'(x) = -\frac{(\sin x)'}{\underbrace{\sqrt{1-(\sin x)^2}}_{\cos^2 x}} = -\frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}}$

$= -\frac{\cos x}{|\cos x|}$ olur.

O halde $x = \pi$ için;

$f'(\pi) = -\frac{\cos\pi}{|\cos\pi|} = -\frac{-1}{|-1|} = 1$ dir.

Yanıt D

9. $y = f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)'}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$ dir.

$x = 2$ için; $f'(2) = \frac{-\frac{1}{4}}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$= -\frac{1}{2\sqrt{3}}$ olur.

Yanıt A

10. $\left.\begin{aligned} y &= \sqrt{t} \\ x &= t^3 - t - 1 \end{aligned}\right\}$ olduğundan,

$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{3t^2-1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}}}$

$t = 1$ için; $\frac{dx}{dy} = \frac{3 \cdot 1^2 - 1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1}}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

Yanıt B

11. $f(x) = \sqrt[3]{x+\sqrt{x}} = (x+\sqrt{x})^{1/3}$ olduğuna göre ,

$f'(x) = \frac{1}{3}(x+\sqrt{x})^{-\frac{2}{3}} \cdot (1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})$ olur.

$x = 1$ için $f'(1) = \frac{1}{3}(1+1)^{\frac{-2}{3}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1}{3} \cdot 2^{\left(-\frac{2}{3}\right)} \cdot \frac{3}{2}$

$= 2^{\left(-\frac{5}{3}\right)} = \frac{1}{\sqrt[3]{32}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{4}}$ bulunur.

Yanıt E

12. $f(x) = \ln(\arctan(2x+1))$ ise

$f'(x) = (\ln(\arctan(2x+1)))'$

$= \dfrac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot (\arctan(2x+1))'$

$= \dfrac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot \dfrac{1}{1+(2x+1)^2} \cdot (2x+1)'$

$= \dfrac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot \dfrac{1}{1+(2x+1)^2} \cdot 2$

$= \dfrac{2}{[1+(2x+1)^2].[\arctan(2x+1)]}$

Yanıt E

13. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital yardımı ile

$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{(\sin x - \cos x)'}{(\tan x - 1)'}$

$= \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos x + \sin x}{1 + \tan^2 x} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ bulunur.

Yanıt B

14. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2-25}{\sqrt[3]{5x+2}-3} \to \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital yardımı ile

$\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2-25}{\sqrt[3]{5x+2}-3} = \lim\limits_{x \to 5} \dfrac{(x^2-25)'}{(\sqrt[3]{5x+2}-3)'}$

$= \lim\limits_{x \to 5} \dfrac{2x}{\dfrac{1}{3.(5x+2)^{\frac{2}{3}}}.5}$

$= \lim\limits_{x \to 5} \dfrac{6x\,(5x+2)^{\frac{2}{3}}}{5}$

$= \dfrac{6.5.(27)^{\frac{2}{3}}}{5}$

$= 54$ bulunur.

Yanıt A

15. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x \to 1^\infty$ belirsizliği

$\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right) = \lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \dfrac{-2}{2x+1}\right)^x$

şeklinde yazılırsa,

$\lim\limits_{x \to \infty} (1+f(x))^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x \to \infty} (f(x).g(x))}$

olduğundan;

$\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x = \lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \dfrac{-2}{2x+1}\right)^x$

$= e^{\lim\limits_{x \to \infty}\left(\frac{2}{2x+1}x\right)} = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$ olur.

Yanıt E

16. $\lim\limits_{x \to 0} x^x = \lim\limits_{x \to 0} e^{\ln x^x} = \lim\limits_{x \to 0} e^{x \ln x} = \lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}}$

$= e^{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}}$ olur.

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}} \to \dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L'hospital yardımı ile

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x \to 0} -x = 0$ olur.

O halde;

$\lim\limits_{x \to 0} x^x = e^{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}} = e^0 = 1$ bulunur.

Yanıt C

17. $f(x) = a(x^3 - 2x^2 + x)^3$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasındaki teğeti $y - 2x + 15 = 0$ doğrusuna paralel ise fonksiyonun $x = 2$ apsisli noktadaki türevi, doğrunun eğimine eşit olmalıdır.

$y = 2x - 15$ doğrusunun eğimi 2 dir.

O halde; $f'(2) = 2$ olmalıdır.

$f'(x) = 3a.(x^3 - 2x^2 + x)^2 . (3x^2 - 4x + 1)$

$x = 2$ için $f'(2) = 3a.(8 - 8 + 2)^2 . (3 . 2^2 - 4 . 2 + 1)$

$2 = 3a.4.5$

$2 = 60a$

$a = \dfrac{1}{30}$ bulunur.

Yanıt A

18. $y = -x^2 - 5x + 6$ parabolü üzerinde alınan

$P(x, -x^2 - 5x + 6)$ noktasının koordinatları toplamı

$x + (-x^2 - 5x + 6) = -x^2 - 4x + 6$ dır.

$T(x) = -x^2 - 4x + 6$ nın maksimum değeri

$T'(x)$ in sıfır olduğu noktadadır.

$T'(x) = -2x - 4 = 0$, $x = -2$ bulunur.

$x = -2$ için $y = -(-2)^2 - 5(-2) + 6$

$= -4 + 10 + 6 = 12$ elde edilir.

O halde istenilen nokta $(-2, 12)$ dir.

Yanıt D

19. $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinden $x > 3$ değerleri için $f(x)$ in artan değerler aldığı görülüyor. O halde $f'(x) > 0$ olmalıdır. C seçeneğinde ise $x > 3$ için $f'(x) < 0$ verilmiştir. C seçeneği yanlıştır.

Yanıt C

20. $f(x) = 8x^3 - 15x^2 - 36x + 60$ fonksiyonunun ekstramum noktaları $f'(x)$ in sıfıra eşit olduğu noktalardır.

$f'(x) = 24x^2 - 30x - 36 = 0$

$4x^2 - 5x - 6 = 0$

$(4x + 3).(x - 2) = 0$

$x = -\dfrac{3}{4}$, $x = 2$ olur.

$f'(x)$ için aşağıdaki tablo düzenlenirse

x		−3/4		2	
f′(x)	+	0	−	0	+
	↗		↘		↗
		maksimum		minimum	

$x = 2$ noktasında fonksiyonun minimum değer aldığı görülür.

$x = 2$ için $f(2) = 8 . 2^3 - 15 . 2^2 - 36 . 2 + 60$

$= 64 - 60 - 72 + 60 = -8$ bulunur.

Yanıt E

TEST 33 — TÜREV (KARMA)

1. $f(x)=\dfrac{2x+7}{x-2}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) –13 B) –12 C) –11 D) –10 E) –9

2. $f(x)=\dfrac{1}{3^{\sin x}}$ fonksiyonu için $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{-\sin x}.(\cos x).\ln 3$

B) $3^{-\sin x}.(-\cos x)$

C) $3^{-\sin x}.(-\cos x).\log_3 e$

D) $3^{-\sin x}.(-\cos x).\ln 3$

E) $3^{-\sin x}.(\cos x).\log_3 e$

3. $f(x) = \arctan(x^3 + x - 2)$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $6\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

5. $f(x)=\ln(\cos\sqrt{x})$ fonksiyonu için $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\dfrac{\tan\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ B) $\dfrac{\tan\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ C) $\dfrac{-\tan\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ D) $\dfrac{\tan\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ E) $\dfrac{-\tan\sqrt{x}}{4\sqrt{x}}$

6. $\left.\begin{array}{l} x=t^2-t+1 \\ y=t^3+1 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin $t=-1$ için değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

7. $f(x) = x^{2x}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

8. Aşağıdaki fonksiyonların hangisinde $x = 3$ için türev vardır?

A) $f(x)=\begin{cases} x+2, & x<3 \\ 2x-1, & x\geq 3 \end{cases}$

B) $f(x)=\begin{cases} 2x, & x<3 \\ 0, & x=3 \\ x^2-9, & x>3 \end{cases}$

C) $f(x)=\begin{cases} 3x, & x<3 \\ x^2, & x>3 \end{cases}$

D) $f(x)=\begin{cases} 6x-8, & x<3 \\ x^2+1, & x\geq 3 \end{cases}$

E) $f(x)=\begin{cases} 9x, & x<3 \\ x^2+3x, & x\geq 3 \end{cases}$

9. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$ olduğuna göre, $f'(64)$ kaçtır?

A) $-\dfrac{1}{2^3.3^4}$ B) $-\dfrac{1}{2^4.3^3}$ C) $\dfrac{1}{2^4.3^3}$ D) $-\dfrac{1}{2^5.3^3}$ E) $-\dfrac{1}{2^5.3^5}$

10. $x^3 + y^2 - 2x^2y - 4y + 4 = 0$ bağıntısı ile tanımlanan $y= f(x)$ fonksiyonunun (1,1) noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

11. [0, 3] aralığında tanımlı

$f(x)=\dfrac{x^3}{3}-4x-6$

fonksiyonu için ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{2}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x^2-2x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

13. $f(x) = x.\arccos(x^2) + 1$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arccos(x^2)-\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

B) $\arccos(x^2)-\dfrac{2x^2}{\sqrt{1-x^4}}$

C) $\arccos(x^2)-\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

D) $\arccos(x^2)-\dfrac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

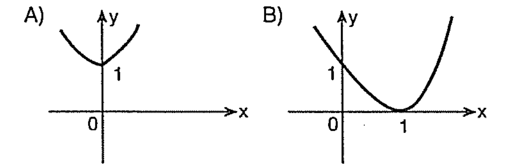
E) $\arccos(x^2)-\dfrac{2x^3}{\sqrt{1-x^4}}$

14. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\cos^2 2x-1}{\sin^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\right)$ limitinin değeri kaçtır?

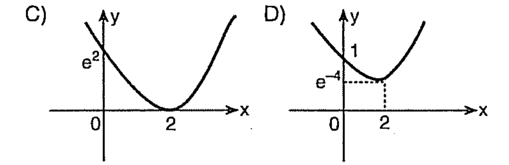
A) –8 B) –4 C) 0 D) 2 E) 8

15. $f(x) = e^{x^2-4x}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

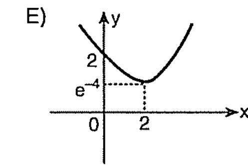
A) B)



C) D)



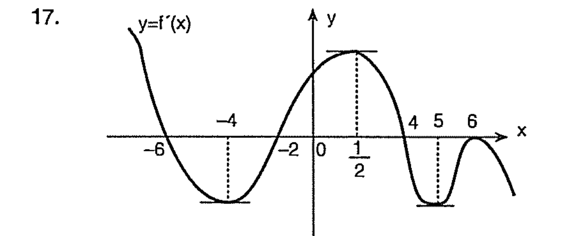
E)



16. f(x), (1, 32) aralığında azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalan fonksiyondur?

A) $x^3 - f(x)$ B) $\dfrac{1}{f(x)}$ C) $f(x) - 3x^2$ D) $-f(x)$ E) $-f(x^3)$

17.



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) x=–6 da f nin yerel maksimumu vardır.

B) $f''(-4)=0$

C) x=5 noktasında f nin dönüm noktası vardır.

D) $5 < x < 6$ aralığında f nin dönüm noktası vardır.

E) $x > 6$ için $f''(x) < 0$ dır.

18. $f(x) = x^4 + (a-2)x^3 - ax - 10$ eğrisinin dönüm (büküm) noktasının apsisi –2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 2 D) 4 E) 6

TEST 33'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \dfrac{2x+7}{x-2}$ olduğundan,

(Bölümün türevinden)

$$f'(x) = \frac{2.(x-2)-(2x+7).1}{(x-2)^2} = \frac{-11}{(x-2)^2} \text{ olur.}$$

x = 1 için;

$$f'(1) = \frac{-11}{(1-2)^2} = -11 \text{ dir.}$$

Yanıt C

2. $f(x) = \dfrac{1}{3^{\sin x}} = 3^{-\sin x}$ olduğundan,

$f'(x) = (-\sin x)' \, . \, \ln 3 \, . \, 3^{-\sin x}$

$= 3^{-\sin x} \, . \, (-\cos x) \, . \, \ln 3$ olur.

Yanıt D

3. $f(x) = \arctan(x^3 + x - 2)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(x^3+x-2)'}{1+(x^3+x-2)^2} = \frac{3x^2+1}{1+(x^3+x-2)^2} \text{ olur.}$$

x = 0 için;

$$f'(0) = \frac{3.0+1}{1+(0+0-2)^2} = \frac{1}{5} \text{ dir.}$$

Yanıt A

4. $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x+\sqrt{x})'}{\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}} \text{ olur.}$$

x = 1 için;

$$f'(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\frac{1}{2}}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8} \text{ dir.}$$

$(\sqrt{2})$

Yanıt E

5. $f(x) = \ln(\cos\sqrt{x})$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\cos\sqrt{x})'}{\cos\sqrt{x}} = \frac{-\sin\sqrt{x} \, . \, \frac{1}{2} \, . \, \frac{1}{\sqrt{x}}}{\cos\sqrt{x}}$$

$$= -\frac{\tan\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \text{ olur.}$$

Yanıt C

6. $\left.\begin{aligned} x &= t^2 - t + 1 \\ y &= t^3 + 1 \end{aligned}\right\}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2}{2t-1} \text{ olur.}$$

$$t = -1 \text{ için; } \frac{3.(-1)^2}{2(-1)-1} = \frac{3}{-3} = -1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

7. $f(x) = x^{2x}$ fonksiyonunda iki tarafın ln'i alınırsa,

$\ln(f(x)) = \ln x^{2x}$

$\ln(f(x)) = \underbrace{2x \, . \, \ln x}_{\text{çarpımının türevi}}$ (iki tarafın türevi alınırsa)

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 \, . \, \ln x + 2x \, . \, \frac{1}{x}$$

$f'(x) = (2\ln x + 2) \, . \, f(x)$

$f'(x) = (2 \, . \, \ln x + 2) \, . \, x^{2x}$ olur.

$x = 1$ için; $f'(1) = (2 \, . \, \ln 1 + 2) \, . \, 1^2$

$= 2 \, . \, 1 = 2$ dir.

Yanıt C

8. Türevinin olabilmesi için x = 3 noktasında sürekli ve sağdan, soldan türevlerinin eşit olması gerekir.

D seçeneğindeki $f(x) = \begin{cases} 6x-8, & x<3 \\ x^2+1, & x \geq 3 \end{cases}$

fonksiyonunda

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = 10$

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 10$ olduğundan $f(x)$ süreklidir.

$f'(x) = \begin{cases} 6, & x<3 \\ 2x, & x \geq 3 \end{cases}$

$f'(3^-) = f'(3^+)$ olduğundan f(x) in x = 3 için türevi vardır.

Yanıt D

9. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} = \left(\sqrt{1+\sqrt{x}}\right)^{-1}$ olduğundan,

$$f'(x) = -1 \, . \, \left(\sqrt{1+\sqrt{x}}\right)^{-2} . \left(\sqrt{1+\sqrt{x}}\right)'$$

$$= \frac{-1}{1+\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} \text{ olur.}$$

$$x = 64 \text{ için; } f'(64) = \frac{-1}{1+\sqrt{64}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2\sqrt{64}}}{\sqrt{1+\sqrt{64}}}$$

$$= \frac{-1}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{16}}{3} = \frac{-1}{2^5 \, . \, 3^3} \text{ olur.}$$

Yanıt D

10. $x^3 + y^2 - 2x^2y - 4y + 4 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2-4xy}{2y-2x^2-4}$$

x = 1 ve y = 1 için aldığı değer (1, 1) noktasındaki teğetinin eğimini verir.

$$\text{O halde; } -\frac{3-4}{2-2-4} - \frac{-1}{-4} = \frac{-1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. Ortalama değer teoremine göre,

$[a, b]$ aralığında $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$

eşitliğini sağlayan en az bir c değeri vardır.

$f(3) = 9 - 12 - 6 = -9$

$f(0) = -6$

$f'(x) = x^2 - 4 \Rightarrow x = c$ için $f'(c) = c^2 - 4$ olur.

$$\frac{f(3)-f(0)}{3} = c^2 - 4$$

$$\frac{-9+6}{3} = c^2 - 4 \Rightarrow -1 = c^2 - 4 \Rightarrow c^2 = 3$$

$c = \pm\sqrt{3}$ dir.

[0, 3] aralığında $c = \sqrt{3}$ olur.

Yanıt B

12. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{x^2-2x} = \dfrac{\sin 0}{0-0} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa (Payın ve paydanın ayrı ayrı türevleri alınırsa)

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\cos 2x}{2x-2} = \frac{2 \, . \, \cos 0}{2.0-2} = \frac{2}{-2} = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt C

13. $f(x) = \underbrace{x \, . \, \arccos(x^2)}_{\text{çarpımının türevinden}} + 1$ olduğundan,

$$f'(x) = 1 \, . \, \arccos(x^2) + x \, . \, \frac{-2x}{\sqrt{1-(x^2)^2}}$$

$$f'(x) = \arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^4}} \text{ olur.}$$

Yanıt B

14. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left[\dfrac{\cos^2 2x-1}{\sin^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\right]=\dfrac{\cos^2\pi-1}{\sin^2(0)}=\dfrac{1-1}{0}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği

vardır. L hospital uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left[\dfrac{2\cos2x.(-\sin2x).2}{2\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\right]=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{-2\sin4x}{\sin(2x-\pi)}$

$=\dfrac{-2\sin2\pi}{\sin0}\to\dfrac{0}{0}$ belirsizliği

Belirsizlik kalkmadığı için bir kez daha L´ Hospital uygulanırsa;

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{-8\cos4x}{2\cos(2x-\pi)}=\dfrac{-8.\cos2\pi}{2\cos0}=\dfrac{-8.1}{2.1}=-4$ dür.

Yanıt B

15. $y=f(x)=e^{x^2-4x}$ fonksiyonu;

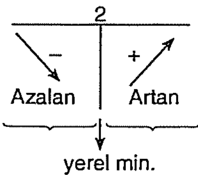
I. yol

$f(x)=y=e^{x^2-4x}$ fonksiyonunun türevini 0 yapan x değeri ekstremum noktasıdır.

$y=e^{x^2-4x}\Rightarrow y'=(2x-4)e^{x^2-4x}=0$

$2x-4=0$

$x=2$



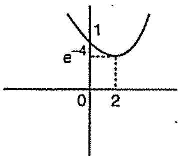
$x=2\Rightarrow y=e^{2^2-4.2}=e^{-4}$

$(2,e^{-4})$ yerel minimum noktası

$x=0\Rightarrow y=e^0=1$

(0, 1) noktası y eksenini kestiği noktadır.

O halde grafik;



olur.

II. yol

$x=0\Rightarrow y=e^0=1$

$x=2\Rightarrow y=e^{x^2-4x}=e^{-4}$ olduğundan

fonksiyon (0,1) ve $(2,e^{-4})$ noktasından geçer. Bu noktalardan geçen sadece D seçeneğindeki grafik olduğundan yanıt D dir.

Yanıt D

16. f(x) azaldıkça $\dfrac{1}{f(x)}$, $-f(x)$, $-f(x^3)$

fonksiyonları artar. O halde cevap B, D ve E olamaz.

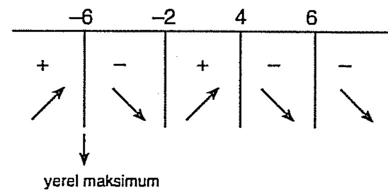
x arttıkça x^3 artacağından cevap A da olamaz.

f(x) azalan ve x arttıkça $-3x^2$ azalacağı için (1, 32) aralığında $f(x)-3x^2$ azalan bir fonksiyon olur.

Yanıt C

17. $f'(x)=0$ yapan –6, –2, 4 ve 6 apsisli noktalar f(x) in ekstremum noktalarıdır.

$f'(x)>0$ için fonksiyon artan, $f'(x)<0$ için azalandır.



$5<x<6$ aralığında $f'(x)$ artan olduğundan

$f''(x)>0$ olur.

$f''(x)=0$ olamayacağından $5<x<6$ aralığında

f(x) fonksiyonunun dönüm noktası yoktur.

Yanıt D

18. $f(x)=x^4+(a-2)x^3-ax-10$ fonksiyonunun

$x=-2$ noktasında dönüm noktası olduğundan

$f''(-2)=0$ dır.

$f'(x)=4x^3+3(a-2)x^2-a$

$f''(x)=12x^2+6(a-2)x$ olduğundan,

$f''(-2)=12.(-2)^2+6(a-2)(-2)$

$0=48-12(a-2)$

$12(a-2)=48$

$a-2=4$

$a=6$ olur.

Yanıt E

TEST 34 — TÜREV (KARMA)

1. $f(x)=x^3-2x^2+ax+1$ fonksiyonunun $x=1$ noktasındaki teğetinin eğimi 2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. f(x), R de sürekli bir fonksiyon olduğuna göre,

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ limitinin değeri kaçtır?

A) a B) 2a C) f (a) D) f´(a) E) f˝(a)

3. $y=(2x^2-3)^5$ olduğuna göre, $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)$ in $x=-1$ için değeri kaçtır?

A) –160 B) –60 C) –20 D) 20 E) 320

4. $f(x)=\sqrt[3]{x+1}\cdot(x^2-1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{1}{3}$ B) 0 C) $\dfrac{1}{6}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{5}{3}$

5. $f:[2,\infty)\to[-1,\infty)$

$f(x)=x^2-4x+3$ fonksiyonunun tersi olan f^{-1} fonksiyonunun $x=15$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) $\dfrac{1}{9}$ B) $\dfrac{1}{8}$ C) $\dfrac{1}{6}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{1}{2}$

6. $f(x)=\log_4(x^2-2x+5)$ olduğuna göre, $f'(0)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2}{5}\log_4 e$ B) $\dfrac{2}{5}\ln4$ C) $-\dfrac{2}{5}\log_4 e$ D) $-\dfrac{2}{5}\ln4$ E) $-\dfrac{1}{5}\log_4 e$

7. $f(x)=\arctan(5x^2+1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $\dfrac{6}{37}$ B) $\dfrac{7}{37}$ C) $\dfrac{8}{37}$ D) $\dfrac{9}{37}$ E) $\dfrac{10}{37}$

8. R de türevi olan f ve g fonksiyonları için $f'(1)=3$, $f(1)=2$ ve $g'(2)=4$ olduğuna göre, $(gof)'(1)$ kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

9. $\left.\begin{aligned}x&=t^2-t+1\\ y&=2t^3-1\end{aligned}\right\}$ olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ in $t=1$ için değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

10. $f(x)=\ln(\sec x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sinx B) cosx C) tanx D) cotx E) $\tan^2x$

11. $f(x)=\arcsin(3x^2-1)$ olduğuna göre, $f'\left(\dfrac{1}{3}\right)$ değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{5}$ D) $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ E) $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

12. $f(x) = \sin^4x - \cos^4x$ olduğuna göre, $f''\left(\frac{\pi}{12}\right)$ kaçtır?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$

D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $2\sqrt{3}$

13. $f(x) = x.e^x$ olduğuna göre, f(x) in n. mertebeden türevi $f^{(n)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) n. f(x) B) n.x.f(x) C) n!.f(x)

D) $n.e^x + f(x)$ E) $e^x +$ n. f(x)

14. $f(x) = \sqrt{2x-1}$ ve $g(x) = x^2 + 1$ olduğuna göre, $(gof)'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

15. Çevresi 80 m olan kare şeklindeki levhanın köşelerinden eşit alanlı birer tane kare kesilerek atıldıktan sonra geriye kalan parçadan üstü açık bir kare prizma şeklinde kutu yapılıyor. Bu kutuya su konulmak istenirse en çok kaç metreküp su konulabilir?

A) $\frac{16000}{27}$ B) $\frac{15980}{27}$ C) $\frac{15970}{27}$

D) $\frac{15880}{27}$ E) $\frac{15770}{27}$

16. $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ eğrisi için, aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

A) $y = x^2$ eğrisini keser

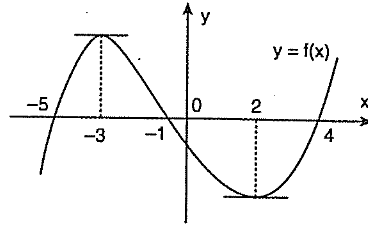
B) $y = x$ doğrusunu keser

C) y– eksenini keser

D) x– eksenini keser

E) $y = x^3$ eğrisini keser

17.



Üçüncü dereceden y = f(x) fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. Aşağıdaki önermelerden hangisi veya hangileri doğrudur?

I. $f''(-5) + f''(-2) > 0$

II. $f''(-1) > 0$

III. $f''(-3).f''(2) = 0$

IV. $f''(1) + f''(3) > 0$

A) Yalnız I B) Yalnız IV C) I ve IV

D) I, II ve III E) I, II, III ve IV

18. Şekilde,

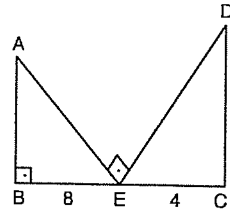
[AB] ⊥ [BC]

[CD] ⊥ [BC]

[AE] ⊥ [ED]

|BE| = 2|CE| = 8 br

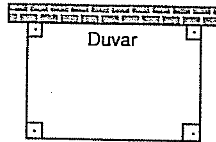
olduğuna göre,



|AE| + |ED| toplamı en küçük olduğunda |AB| kaç birim olur?

A) 8 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt[3]{4}$ D) $4\sqrt[3]{2}$ E) $8\sqrt[3]{2}$

19. Şekildeki gibi dikdörtgen biçiminde ve bir kenarında duvar bulunan bir bahçenin 3 kenarına üç sıra tel çekilmiştir. Kullanılan telin uzunluğu 180 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç metrekare olabilir?



A) 480 B) 460 C) 450 D) 440 E) 400

20. $f: R - \{-2\} \to R - \{a\}$

$f(x) = \frac{ax + 12}{x + 2}$ fonksiyonunun artmayan bir fonksiyon olması için a nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

TEST 34'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğim $f'(1)$ dir. Eğim 2 olduğundan $f'(1) = 2$ olur.

$f'(x) = 3x^2 - 4x + a$ olduğundan,

$f'(1) = 3.1^2 - 4.1 + a = 2$

$3 - 4 + a = 2$

a = 3 olur.

Yanıt D

2. $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \to \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Lhospital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to a} \frac{(f(x)-f(a))'}{(x,a)'} = \lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)-0}{1-0} = f'(a)$ olur.

Yanıt D

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{d(2x^2-3)^5}{dx}$

$= 5.(2x^2-3)^4.(2x^2-3)'$

$= 5.(2x^2-3)^4.4x$

$= 20x(2x^2-3)^4$

x = –1 için,

$\frac{dy}{dx} = 20.(-1).(2.(-1)^2-3)^4$

$\frac{dy}{dx} = -20$

Yanıt C

4. $f(x) = \sqrt[3]{x+1}.(x^2-1) = (x+1)^{\frac{1}{3}}.(x^2-1)$

Çarpımın türevi uygulanırsa;

$f'(x) = \frac{1}{3}.(x+1)^{\frac{1}{3}-1}.(x^2-1) + (x+1)^{\frac{1}{3}}.2x$

$f'(0) = \frac{1}{3}.(0+1)^{-\frac{2}{3}}.(0^2-1) + (0+1)^{\frac{1}{3}}.2.0$

$f'(0) = -\frac{1}{3}$ olur.

Yanıt A

5. $f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$

Buradan;

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 2$ olur.

Türevi alınırsa,

$(f^{-1}(x))' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$(f^{-1})'(15) = \frac{1}{2.\sqrt{15+1}} = \frac{1}{2.4} = \frac{1}{8}$

Yanıt B

6. $f(x) = \log_4(x^2 - 2x + 5)$

$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+5} . \frac{1}{\ln 4}$

$f'(0) = \frac{2.0-2}{0^2-2.0+5} . \frac{1}{\frac{\log 4}{\log e}} = -\frac{2}{5}.\log_4 e$

Yanıt C

7. $f'(x) = \frac{(5x^2+1)'}{1+(5x^2+1)^2} = \frac{10x}{1+(5x^2+1)^2}$

$f'(1) = \frac{10.1}{1+(5.1^2+1)^2} = \frac{10}{37}$

Yanıt E

8. $(gof)'(1) = (g(f(1)))' = f'(1).g'(f(1))$

$f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ değerleri yerine yazılırsa

$(gof)'(1) = 3.g'(2)$ olur. $g'(2) = 4$ olduğundan;

$(gof)'(f) = 3.4 = 12$ dir.

Yanıt A

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \dfrac{6t^2}{2t-1}$

$t = 1$ için $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{6.1^2}{2.1-1} = 6$ olur.

Yanıt A

10. $f(x) = \ln(\sec x)$

$f'(x) = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(\sec x)'}{\sec x} = \dfrac{\frac{\sin x}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos x}}$

$f'(x) = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ olur.

Yanıt C

11. $f(x) = \arcsin(3x^2-1)$

$= \dfrac{(3x^2-1)'}{\sqrt{1-(3x^2-1)^2}} = \dfrac{6x}{\sqrt{1-(3x^2-1)^2}}$

$f'\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{6.\frac{1}{3}}{\sqrt{1-\left(3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2-1\right)^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{\frac{5}{9}}}$

$= \dfrac{6}{\sqrt{5}} = \dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

Yanıt E

12. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$

$= \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{1}.\underbrace{(\sin^2 x - \cos^2 x)}_{-\cos 2x}$

$= -\cos 2x$

$f'(x) = 2\sin 2x$

$f''(x) = 4\cos 2x$

$f''\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = 4.\cos\left(2.\dfrac{\pi}{12}\right) = 4.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ olur.

Yanıt E

13. $f(x) = x.e^x$

Çarpımının türevi uygulanırsa;

$f'(x) = e^x + x.e^x$

$f''(x) = e^x + e^x + x.e^x = 2.e^x + x.e^x$

$f'''(x) = 2e^x + e^x + x.e^x = 3.e^x + x.e^x$

⋮

$f^{(n)}.(x) = n.e^x + x.e^x$

$f^{(n)}(x) = n.e^x + f(x)$ olacaktır.

Yanıt D

14. $(gof)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{2x-1})$

$(gof)(x) = (\sqrt{2x-1})^2 + 1 = 2x - 1 + 1$

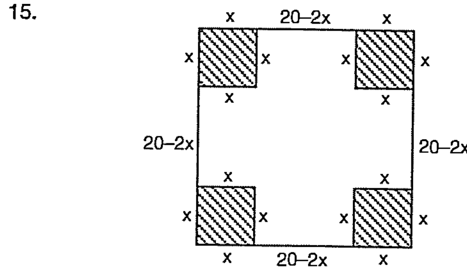
$(gof)(x) = 2x$ olacağından

$(gof)'(x) = 2$

$(gof)'(1) = 2$ olur.

Yanıt E

15.



Çevresi 80 m olduğu için bir kenarı $\dfrac{80}{4} = 20$ m olur.

Kesilen eş karelerin kenar uzunluklarına x dersek, oluşan üstü açık kare prizmanın yüksekliği x, tabanının bir kenarı 20–2x olur.

Hacim = $(20-2x)^2 . x$ olacaktır.

Bu fonksiyonun türevini 0 yapan x değeri hacmi maksimum yapan x değeri olacaktır.

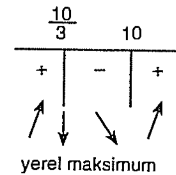
Çarpımın türevini alırsak;

$2.(20-2x).(-2).x + (20-2x)^2 . 1 = 0$

$-4x.(20-2x) + (20-2x)^2 = 0$

$(20-2x).(-4x + 2x - 2x) = 0$

$x = 10$ vaya $x = \dfrac{10}{3}$ olur.



O halde $x = \dfrac{10}{3}$ için hacim maksimum olacaktır.

Hacim $= \left(20 - 2.\dfrac{10}{3}\right)^2.\dfrac{10}{3}$

$= \dfrac{16000}{27}$ elde edilir.

Yanıt A

16. $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ eğrisi $y = x^3$ eğrisini kesmeyebilir.

Ortak çözüm yapılırsa

$x^3 + ax^2 + bx + c = x^3$

$ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden denklemi elde edilir.

$\Delta < 0$ olabileceğinden bu denklemin kökleri her zaman reel sayı olmayabilir.

Yanıt E

17. $f'(x) = 0$ denklemini sağlayan noktaların $x = -3$ ve $x = 2$ olduğu görülüyor. (Bu noktalardaki teğetlerinin eğimleri 0 olduğundan)

* $x < -3$ için teğetler çizildiğinde bu teğetlerin eğimlerinin pozitif olduğu gözükür. (Artan fonksiyon)

$x < -3$ için $f'(x) > 0$ dır.

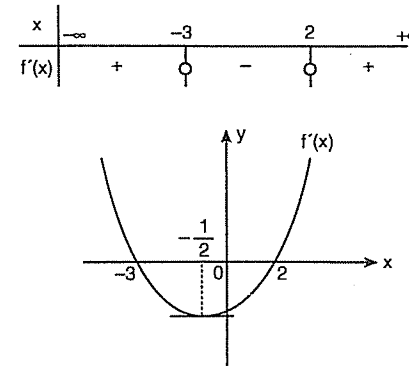
* $-3 < x < 2$ için çizilen teğetlerin eğimleri negatiftir. (Azalan fonksiyon)

$-3 < x < 2$ için $f'(x) < 0$

* $x > 2$ için çizilen teğetlerin eğimleri pozitiftir. (Artan fonksiyon)

$x > 2$ için $f'(x) > 0$ dır.

$f'(x)$ in grafiği çizilirse



f(x) fonksiyonu 3. dereceden olduğu için f′(x) fonksiyonu 2. dereceden olur ve parabol şeklindedir. Tepe noktası;

$x_0 = \dfrac{-3+2}{2} = -\dfrac{1}{2}$ bulunur.

$f''\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$ olur.

☞ $x < -\dfrac{1}{2}$ için

$f'(x)$ azalan fonksiyon olduğundan $f''(x) < 0$

☞ $x > -\dfrac{1}{2}$ için

$f'(x)$ artan fonksiyon olduğundan $f''(x) > 0$

olacaktır.

I. $-5 < -\dfrac{1}{2}$ ve $-2 < -\dfrac{1}{2}$ olduğundan

$f''(-5) < 0$ ve $f''(-2) < 0$ olur.

$f''(-5) + f''(-2) < 0$ olacaktır. Verilen ifade yanlıştır.

II. $f''(-1) < 0$ $\left(-1 < -\dfrac{1}{2}\right.$ olduğundan$\left.\right)$

verilen ifade yanlıştır.

III. $-3 < -\dfrac{1}{2}$ olduğundan $f''(-3) < 0$,

$2 > -\dfrac{1}{2}$ olduğundan $f''(2) > 0$ dır.

$f''(-3).f''(2) < 0$ olur.

Verilen ifade yanlıştır.

IV. $-\dfrac{1}{2} < 1$ ise $f''(1) > 0$

$-\dfrac{1}{2} < 3$ ise $f''(3) > 0$

$f''(1) + f''(3) > 0$ olur.

Verilen ifade doğrudur.

Yanıt B

18.

$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{ECD}$ (Açı - Açı benzerliğinden)

$\frac{|AB|}{|EC|} = \frac{|BE|}{|CD|} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{8}{y}$

$\Rightarrow y = \frac{32}{x}$ olur.

$|AE|^2 = x^2 + 8^2 \Rightarrow |AE| = \sqrt{x^2+64}$

$|ED|^2 = y^2 + 4^2 \Rightarrow$

$|ED| = \sqrt{\left(\frac{32}{x}\right)^2 + 16} = 4.\sqrt{\frac{64}{x^2}+1}$

$|AE| + |ED| = \sqrt{x^2+64} + 4\sqrt{\frac{64+x^2}{x^2}}$

$= \sqrt{x^2+64}.\left(1+\frac{4}{x}\right)$

Bu fonksiyonun türevi 0 olduğunda toplam en küçük olur.

$\left[\sqrt{x^2+64}\cdot\left(1+\frac{4}{x}\right)\right]'$

$= \frac{2x}{2\sqrt{x^2+64}}\cdot\left(1+\frac{4}{x}\right) + \sqrt{x^2+64}\cdot\left(-\frac{4}{x^2}\right)$

$\frac{x+4}{\sqrt{x^2+64}} - 4\cdot\frac{\sqrt{x^2+64}}{x^2} = 0 \Rightarrow$

$\frac{x+4}{\sqrt{x^2+64}} - \frac{4.\sqrt{x^2+64}}{x^2} = 0$

$\Rightarrow x^3 + 4x^2 = 4x^2 + 256$

$\Rightarrow x^3 = 256 \Rightarrow x = 4\sqrt[3]{4}$ olur.

Yanıt C

19.

$\frac{180}{3} = 60$ m

$60 = 2x + y$

$y = 60 - 2x$ olur.

Alan = x . y = x . (60 − 2x) = $60x - 2x^2$

Denkleminin türevini 0 yapan değer için alan maksimum değerini alır.

$(60x - 2x^2)' = 60 - 4x = 0$

$4x = 60$

$x = 15$ m olur.

Alan = 15 . (60 − 2.15) = 15 . 30 = 450 m^2 dir.

Yanıt C

20. Artmayan bir fonksiyon olması için $f'(x) \le 0$ olmalıdır.

$f(x) = \frac{ax+12}{x+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{a.(x+2)-(ax+12).1}{(x+2)^2}$

$\frac{ax+2a-ax-12}{(x+2)^2} \le 0$ olmalı

$\frac{2a-12}{(x+2)^2} \le 0$

$(x+2)^2 > 0$ olduğundan

$2a - 12 \le 0$

$2a \le 12$

$a \le 6$ olmalıdır.

a nın alabileceği doğal sayı değerleri {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} 7 tanedir.

Yanıt B

TEST 35 TÜREV (KARMA)

1.

Şekilde y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

f″(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) B) C) D) E)

2. Şekildeki ikizkenar yamukta

|AD| = |BC| = 6 br

[DC] // [AB] ve

|AB| = 3|DC|

olduğuna göre,

Alan(ABCD) nin alabileceği en büyük değer için |DC| kaç birimdir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) 4

3. $y = -x^2 + 5x - 4$ eğrisinin x = 2 noktasındaki teğetine dik olan diğer teğetin eğriye değme noktasının apsisi kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) 2 E) 3

4. f(x) = x . lnx fonksiyonu için $\lim\limits_{x\to e} \frac{f(x)-f(e)}{x-e}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) e E) 3

5. $f(x) = \frac{x^2+3x-5}{x-3}$ fonksiyonunun grafiğinde asimptot doğrularının denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x = 3 ve y = 1
B) x = 3 ve y = x − 4
C) x = 3 ve y = 13
D) x = 3 ve y = 2x
E) x = 3 ve y = x + 6

6. $y = f(x) = \sqrt{4x^2 - 8x + 3}$ fonksiyonunun eğik asimptotlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = 2x − 2 B) y = −2x + 4 C) y = x − 2 D) y = −x + 4 E) y = −x − 2

7. $y = \frac{2x^2-5x+6}{x-1}$ eğrisinin grafiğindeki asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

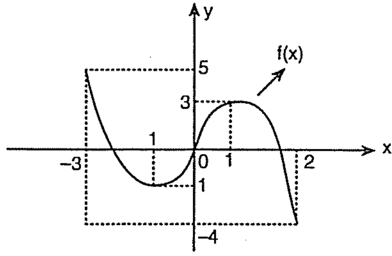
A) (−2, −1) B) (−1, 2) C) (−1, 1) D) (1, 2) E) (1, −1)

8.

Koordinat düzlemde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f(x).f′(x) > 0 eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−4, −2) ∪ (3, ∞)
B) (−4, 0) ∪ (2, 3)
C) (−4, 0) ∪ (0, 3)
D) (−4, ∞)
E) (−2, ∞)

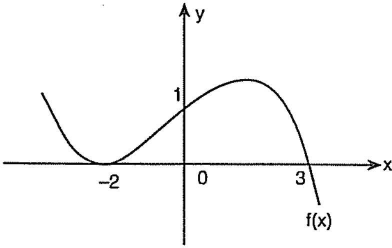
9.



Yukarıdaki koordinat düzleminde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f: [–3, 2] → R sürekli bir fonksiyon olduğuna göre, f(x) in mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10.



Yukarıdaki analitik düzlemde üçüncü dereceden f(x) polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

x in hangi değeri için f(x) in yerel maksimumu vardır?

A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

11. y = a doğrusu, $f(x)=y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+6$ eğrisini üç farklı noktada kestiğine göre, a nın kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 11

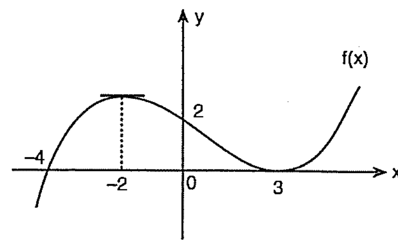
12. $f(2x+1)=(x^2-3x).g(1-x^2)+x$ ve $g(1)=5$ olduğuna göre, f (x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $-\frac{1}{7}$ E) $-\frac{1}{5}$

13. $y=\frac{3x^2-6x+1}{x+1}$ eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = 3x – 3 B) y = 3x – 6 C) y = 3x – 9
D) y = 3x + 3 E) y = 3x + 9

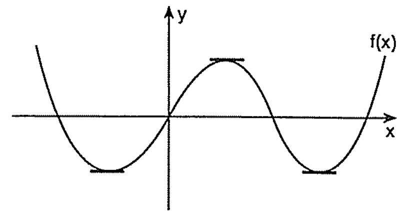
14.



Koordinat düzlemde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f(x).f′(x) > 0 eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–4, –2) ∪ (3, ∞) B) (–4, 0) ∪ (2, 3)
C) (–4, 0) ∪ (0, 3) D) (–4, ∞)
E) (–2, ∞)

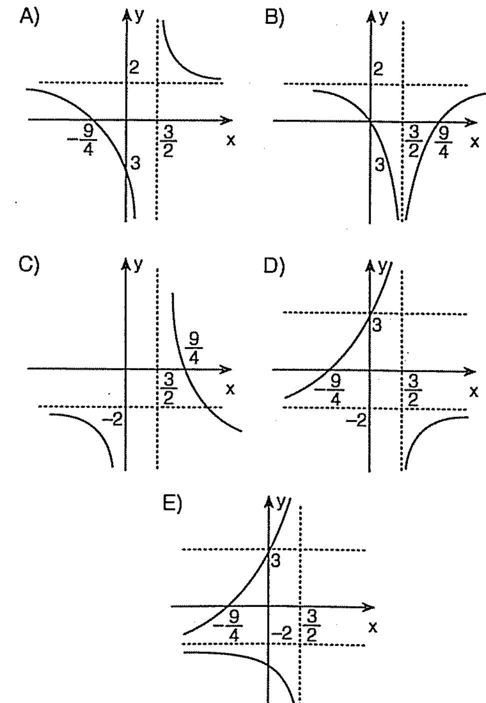
15.



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonunun en az kaç tane dönüm noktası vardır?

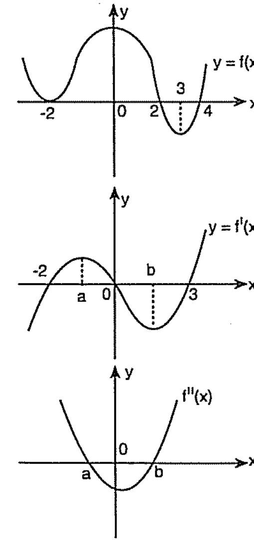
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16. $y=\frac{4x+9}{3-2x}$ eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 35'İN ÇÖZÜMLERİ

1.



Yanıt A

2. |AB| = 3|DC| olduğundan,
|DC| = x ise |AB| = 3x
$h^2+x^2=36$ (Pisagordan)
$h^2=36-x^2$

D x C
6 h 6
A 3x B

$h=\sqrt{36-x^2}$

O halde; $A(ABCD)=\frac{(x+3x).\sqrt{36-x^2}}{2}$

$=2x.\sqrt{36-x^2}$

ifadesinin türevini **0** yapan x değeri için Alan(ABCD) maksimum olur

Çarpımının türevinden,

$(2x.\sqrt{36-x^2})'=2.\sqrt{36-x^2}+2x.\frac{1}{2}.\frac{-2x}{\sqrt{36-x^2}}=0$

O halde; $2\sqrt{36-x^2}=\frac{2x^2}{\sqrt{36-x^2}}$

$2(36-x^2)=2x^2$
$72=4x^2$
$18=x^2$
$x=3\sqrt{2}$ için alan maksimumdur.

Yanıt B

3. x = 2 noktasındaki teğetin eğimi f′(2) dir.

$f(x)=-x^2+5x-4$
$f'(x)=-2x+5 \Rightarrow f'(2)=-4+5=1$

Doğrular birbirine dik olduğundan,

$m_1.m_2=-1 \Rightarrow 1.m_2=-1 \Rightarrow m_2=-1$

O halde, f′(x) = –1 denklemini sağlayan x değeri bulunursa,

$f'(x)=-2x+5=-1$
$-2x=-6$
$x=3$

Yanıt E

4. $\lim\limits_{x\to e}\frac{f(x)-f(e)}{x-e}=f'(e)$ dir.

$f'(x)=\ln x+\frac{1}{x}.x=\ln x+1$

$f'(e)=\ln e+1$
$=2$

Yanıt B

5. $f(x)=\frac{x^2+3x-5}{x-3}$ fonksiyonunun paydasının kökü düşey asimptotu verir.

$x-3=0 \Rightarrow x=3$ düşey asimptottur.

Payın derecesi paydanın derecesinden 1 fazla olduğundan eğik asimptot vardır.

x^2+3x-5	$x-3$
$-\ x^2-3x$	$x+6$
$6x-5$	$y=x+6$ eğik asimptottur.
$-\ 6x-18$	
13	

Yanıt E

6. $a > 0$ olmak üzere,

$y=\sqrt{ax^2+bx+c}$ fonksiyonunun eğik asimptotları

$y=\sqrt{a}\left|x+\frac{b}{2a}\right|$ dır.

$y=\sqrt{4x^2-8x+3}$ ise

eğik asimptotları

$y=\sqrt{4}\left|x-\frac{8}{2.4}\right|$

$y=2\left|x-1\right|$ den,

$y_1=2x-2$ ve

$y_2=-2x+2$ bulunur.

Yanıt A

7. $y=\frac{2x^2-5x+6}{x-1}$

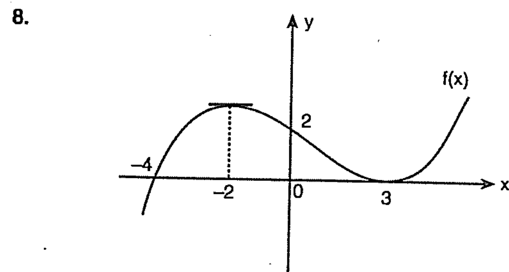
- $x-1=0 \Rightarrow x=1$ düşey asimptottur.
- eğik asimptot

$$\begin{array}{r|l} 2x^2-5x+6 & x-1 \\ -\;\;2x^2-2x & \overline{2x-1} \\ \hline -3x+6 & \\ -\;\;-3x+3 & y=2x-3 \text{ bulunur.} \\ \hline 3 & \end{array}$$

$x = 1$ ve $y = 2x - 3$ ortak çözülürse asimptotların kesim noktası $(1, -1)$ noktasıdır.

Yanıt E

8.



$x \in (-\infty, -4) \Rightarrow f(x) < 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x).f'(x) < 0$

$x \in (-4, -2) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ dür. (Artan fonksiyon)

$f(x).f'(x) > 0$

$x \in (-2, 3) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) < 0$ (Azalan fonksiyon)

$f(x).f'(x) < 0$

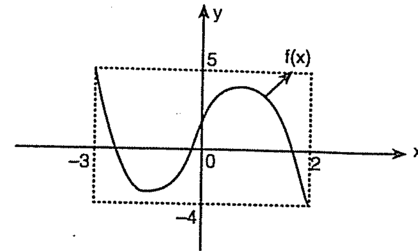
$x \in (3, +\infty) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x).f'(x) > 0$

$f(x).f'(x) > 0$ olması için $x \in [(-4, -2) \cup (3, +\infty)]$ olmalıdır.

Yanıt A

9.



Grafikten anlaşılacağı gibi uç noktaları maksimum ve minimum noktalarıdır.

$x = 2$ de mutlak minimum olur ve değeri -4 tür.

$x = -3$ de mutlak maksimum olur ve değeri 5 dir.

$5 + (-4) = 1$ dir.

Yanıt C

10. f(x) fonksiyonunda $x = -2$ noktasında çift kat kökü, $x = 3$ noktasında tek kat kökü bulunmaktadır.

Buna göre, f(x) fonksiyonu

$f(x) = a(x + 2)^2 . (x - 3)$ tür.

$f(0) = 1$ olduğuna göre,

$f(0) = a . (0 + 2)^2 . (0 - 3) = 1$

$-12a = 1$

$a=-\frac{1}{12}$ dir.

$f(x)=-\frac{1}{12}(x+2)^2.(x-3)$ bulunur.

f(x) fonksiyonunun yerel maksimum değeri $f'(x) = 0$ olduğu noktadır.

$f'(x)=-\frac{1}{12}[2(x+2).(x-3)+(x+2)^2]$

$=-\frac{1}{12}[3x^2+2x-8]=0$

$x=-2$ veya $x=\frac{4}{3}$

f' için tablo incelersek,

	−2		4/3	
f′(x)	−	+	−	
f(x)	↘	↗	↘	

(4/3: ↓ yerel maksimum)

Tablodan anlaşılacağı gibi f(x) fonksiyonu $x=\frac{4}{3}$ için yerel maksimum değeri alır.

Yanıt D

11. $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+6$ ise $y' = f'(x) = x^2 - 4x$ bulunur.

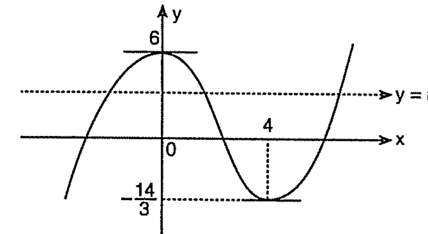
Buna göre, $x^2 - 4x = 0$ denkleminin tek katlı kökleri yerel ekstremum noktalarıdır.

Buna göre, $x = 0$ ve $x = 4$ apsisli noktalarda fonksiyonun yerel ekstremumları vardır.

$x = 0$ için $y = f(0) = 6$ bulunur.

$x = 4$ için $y = f(4) = \frac{64}{3} - 32 + 6 = -\frac{14}{3}$ bulunur.

Fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.



$-\frac{14}{3} < y < 6$ arasındaki doğrular eğrisi 3 farklı noktada keser. Buna göre, a nın alabileceği 11 farklı tam sayı değeri vardır.

Yanıt E

12. $f(2x + 1) = (x^2 - 3x) . g(1 - x^2) + x$ ifadesinin iki tarafının da türevi alınırsa,

$(2x+1)' . f'(2x+1) = (x^2-3x)' . g(1-x^2)+(x^2-3x) . (1-x^2)' g'(1-x^2)+1$

$2.f'(2x + 1) = (2x - 3) . g(1 - x^2) - 2x . (x^2 - 3x) . g'(1 - x^2) + 1$

$x = 0$ için

$2 . f'(1) = -3 . g(1) - 0 + 1$

$2 . f'(1) = -3 . 5 + 1$

$f'(1) = -7$

$x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi;

$m_T = f'(1) = -7$ dir.

$m_T . m_N = -1$ olduğundan,

$-7 . m_N = -1$

$m_N=\frac{1}{7}$ dir.

Yanıt C

13. $y=\frac{3x^2-6x+1}{x+1}$ ifadesine polinom bölmesini uygularsak

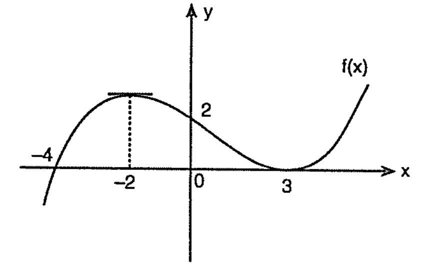
$$\begin{array}{r|l} 3x^2-6x+1 & x+1 \\ -3x^2\mp3x & \overline{3x-9} \\ \hline -9x+1 & \\ \pm9x\pm9 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

$\frac{3x^2-6x+1}{x+1}=3x-9+\frac{10}{x+1}$

Eğik asimptot; $y = 3x - 9$ dur.

Yanıt C

14.



$x \in (-\infty, -4) \Rightarrow f(x) < 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x).f'(x) < 0$

$x \in (-4, -2) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ dür. (Artan fonksiyon)

$f(x).f'(x) > 0$

$x \in (-2, 3) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) < 0$ (Azalan fonksiyon)

$f(x).f'(x) < 0$

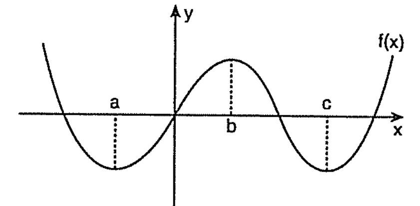
$x \in (3, +\infty) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x).f'(x) > 0$

$f(x).f'(x) > 0$ olması için $x \in [(-4, -2) \cup (3, +\infty)]$ olmalıdır.

Yanıt A

15.



$x \in (a, b)$ aralığında fonksiyonun grafiği konveksten konkava geçtiğinden bu aralıkta büküm noktası vardır.

$x \in (b, c)$ aralığında fonksiyonun grafiği konkavdan konvekse geçtiği için bu aralıkta büküm noktası vardır.

Bu fonksiyonun iki tane büküm noktası vardır.

Yanıt D

16. $y=\frac{4x+9}{3-2x}$

- $3-2x=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$ düşey asiptottur.
- $\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x+2}$ olduğundan, $y = 0$ yatay asimptottur.
- $\lim_{x\to\infty}\frac{4x+9}{3-2x}=-2$ olduğundan $y = -2$ yatay asimptottur.
- $\lim_{x\to\frac{3}{2}^+}\frac{4x+9}{3-2x}=-\infty$
- $\lim_{x\to\frac{3}{2}^-}\frac{4x+9}{3-2x}=+\infty$

olduğuna göre, doğru grafik D şıkkındadır.

Yanıt D